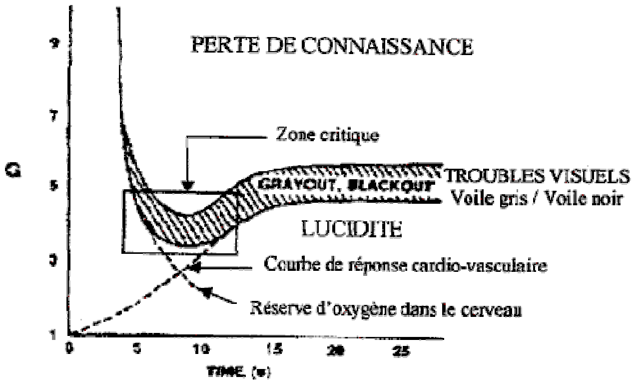
DS4-2014_CORRIGE

« Centrifugeuse humaine »

1. Présentation du mécanisme

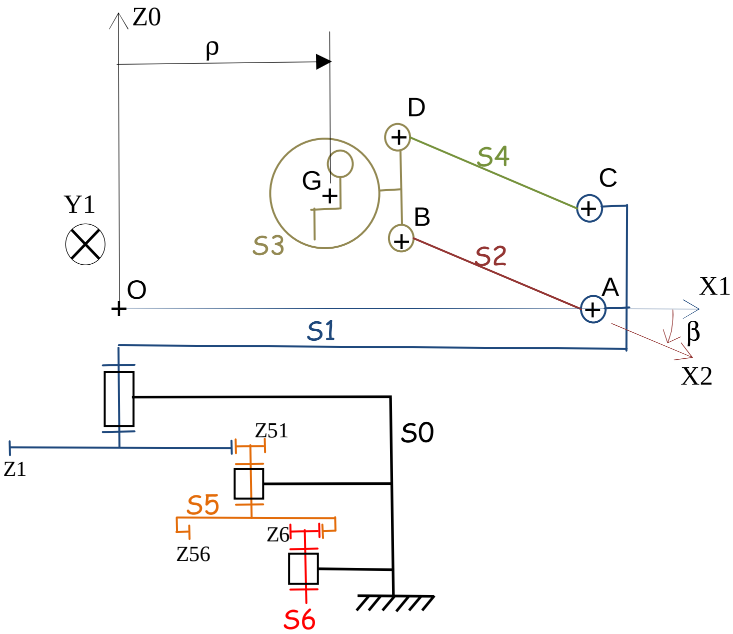


Lors des virages horizontaux et verticaux, les pilotes d'avion de chasse doivent supporter des accélérations pouvant atteindre 9G (9 fois celle de la pesanteur). Les effets de ces régimes d'accélération sont essentiellement un afflux de sang dans les parties basses du corps. Elles entraînent progressivement des troubles de la vision et peuvent conduire à une perte de connaissance pour environ 1G de plus. Le graphique ci-contre résume les réponses physiologiques en fonction du temps et de l'accélération subie. Pour contrer ces effets, les pilotes disposent de combinaisons anti-G et de séances d'entrainement en centrifugeuse humaine. Ces séances permettent de détecter les symptômes et de développer des techniques de résistance basées sur des contractions musculaires et une respiration particulière.


Centrifugeuse de la cité des étoiles à Moscou.

La cinématique des centrifugeuses humaine est basée sur la mise en rotation d'une nacelle autour d'un axe fixe avec un rayon constant. Il est donc nécessaire de faire varier la fréquence de rotation pour faire varier l'accélération ressentie par le pilote. En raison de la très forte inertie de ce système, les arrêts d'urgence de la centrifugeuse sont difficiles à obtenir.

C'est pour cette raison que l'on envisage de concevoir une centrifugeuse dans laquelle la variation d'accélération pourra être obtenue par une variation de la fréquence de rotation mais également par une variation du rayon de rotation de la nacelle. La cinématique retenue est présentée sur le schéma cinématique ci-dessous.

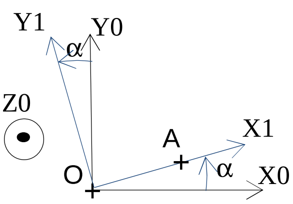


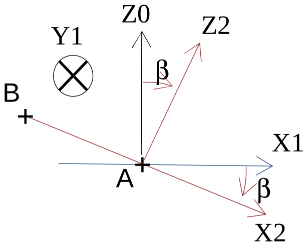
Ce système est constitué de :

- Un socle S0 repéré par R0(O, X0, Y0, Z0)
- Un plateau S1 repéré par R1(O, X1, Y1, Z0)
- Un bras S2 repéré par R2 (A, X2, Y1, Z2)
- Une nacelle S3 contenant le pilote
- Un bras d'équilibrage S4
- Une chaîne d'énergie motorisant le plateau : S6-S5
- Un vérin électrique (non représenté) pour commander l'orientation du bras.

Les longueurs constantes du système sont les suivantes :

- OA = R = 5 m
- AB = CD = b = 2 m
- AC = BD = c = 1 m
- $\overrightarrow{BG} = -a.\overrightarrow{X1} + h.\overrightarrow{Z0}$ avec a = 1,5 m et h = 0,5 m





2. Travail demandé

Question 1 : Expliquer les raisons pour lesquelles la direction (BD) reste toujours verticale : $\overrightarrow{BD} // \overrightarrow{Z0}$.

AB = CD et AC = BD, on en déduit que le quadrilatère ACDB est un parallélogramme, il en résulte que la direction (BD) est toujours parallèle à (AC) alignée avec Z0.

Question 2 : Définir un repère R3 lié à S3.

Pout obtenir un repère lié à S3, il suffit de prendre la base de R1 de choisir B, D ou G comme origine, un des points fixes de S3 : R3 (B, X1, Y1, Z0).

Question 3 : ρ est le rayon de rotation du centre de gravité G du pilote autour de l'axe (O, Z0). En orientant le bras S2, ce rayon peut varier entre ρmini = 1,57 m et ρmaxi = 5,43 m. En déduire la plage de variation de β : βmini et βmaxi.

On peut écrire la boucle vectorielle :

$$\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \rho \\ 0 \\ \lambda \end{pmatrix}_{R1} = \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{R1} + \begin{pmatrix} -b.\cos\beta \\ 0 \\ b.\sin\beta \end{pmatrix}_{R1} + \begin{pmatrix} -a \\ 0 \\ h \end{pmatrix}_{R1}$$ où λ est une variable inconnue

$$\Rightarrow \begin{cases} \rho = R - b.\cos\beta - a \ \langle eq.1 \rangle \\ \lambda = b.\sin\beta + h \ \langle eq.2 \rangle \end{cases}$$

De la première équation, on en déduit : $\beta = \arccos\left(\dfrac{R-a-\rho}{b}\right)$

En effectuant les applications numériques, on obtient :

$\boxed{\beta\min = \arccos\left(\dfrac{R-a-\rho\min}{b}\right) \approx 15{,}2°}$ et $\boxed{\beta\max = \arccos\left(\dfrac{R-a-\rho\max}{b}\right) \approx 164{,}8°}$

Question 4 : Pour une orientation fixée du bras S2 (β = cste), le point G est en mouvement de rotation simple : axe fixe et rayon constant .On en déduit :

$\overrightarrow{V(G,3/0)} = \rho\dot{\alpha}.\overrightarrow{Y1}$ **et** $\overrightarrow{\Gamma(G,3/0)} = \rho\ddot{\alpha}.\overrightarrow{Y1} - \rho\dot{\alpha}^2.\overrightarrow{X1}$

Quelles seront les vitesses et accélérations (mini et maxi) subies par le pilote si la fréquence de rotation du plateau est constante : N1 = 30 tr/min ?

Il est nécessaire de calculer la vitesse de rotation : $\dot{\alpha} = \omega 1 = \dfrac{\pi.N1}{30} = \pi \ rd/s$

On obtient les vitesses mini et maxi en effectuant les applications numériques suivantes :

$\boxed{V\min = \rho\min.\omega 1 \approx 4{,}93\ m/s}$ et $\boxed{V\max = \rho\max.\omega 1 \approx 17{,}06\ m/s}$

Pour le calcul des accélérations, les données du mouvement permettent de conclure : $\ddot{\alpha} = 0$

Seule l'accélération centripète existe :

$\boxed{\Gamma\min = \rho\min.\omega 1^2 \approx 15{,}5\ m/s^2}$ et $\boxed{\Gamma\max = \rho\max.\omega 1^2 \approx 53{,}6\ m/s^2}$

Question 5 : Les figures planes permettent de définir $\overrightarrow{\Omega 1/0} = \dot{\alpha}.\overrightarrow{Z0}$ et $\overrightarrow{\Omega 2/1} = \dot{\beta}.\overrightarrow{Y1}$. Déterminer les vecteurs rotation suivants : $\overrightarrow{\Omega 2/0}$, $\overrightarrow{\Omega 3/2}$ et $\overrightarrow{\Omega 3/0}$.

$\boxed{\overrightarrow{\Omega 2/0} = \dot{\alpha}.\overrightarrow{Z0} + \dot{\beta}.\overrightarrow{Y1}}$

$\boxed{\overrightarrow{\Omega 3/0} = \overrightarrow{\Omega 1/0} = \dot{\alpha}.\overrightarrow{Z0}}$

On en déduit : $\boxed{\overrightarrow{\Omega 3/2} = \overrightarrow{\Omega 3/0} - \overrightarrow{\Omega 2/0} = -\dot{\beta}.\overrightarrow{Y1}}$

Question 6 : Calculer les vecteurs vitesse et accélération du point A par rapport à R0.

$$\overrightarrow{V(A,1/0)} = \left[\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right]_{R0} = \left[\frac{d\,R.\overrightarrow{X1}}{dt}\right]_{R1} + \overrightarrow{\Omega 1/0} \wedge R.\overrightarrow{X1} = \dot{\alpha}.\overrightarrow{Z0} \wedge R.\overrightarrow{X1}$$

$$\boxed{\overrightarrow{V(A,1/0)} = R\dot{\alpha}.\overrightarrow{Y1}}$$

$$\overrightarrow{\Gamma(A,1/0)} = \left[\frac{d\overrightarrow{V(A,1/0)}}{dt}\right]_{R0} = \left[\frac{d\,R\dot{\alpha}.\overrightarrow{Y1}}{dt}\right]_{R1} + \overrightarrow{\Omega 1/0} \wedge R\dot{\alpha}.\overrightarrow{Y1}$$

$$\boxed{\overrightarrow{\Gamma(A,1/0)} = R\ddot{\alpha}.\overrightarrow{Y1} - R\dot{\alpha}^2.\overrightarrow{X1}}$$

Question 7 : Calculer les vecteurs vitesse et accélération du point B par rapport à R0.

$$\overrightarrow{V(B,2/0)} = \left[\frac{d\overrightarrow{OB}}{dt}\right]_{R0} = \left[\frac{d\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}}{dt}\right]_{R0} = \left[\frac{d\,R.\overrightarrow{X1}}{dt}\right]_{R1} + \overrightarrow{\Omega 1/0} \wedge R.\overrightarrow{X1} + \left[\frac{d - b.\overrightarrow{X2}}{dt}\right]_{R2} + \overrightarrow{\Omega 2/0} \wedge (-b).\overrightarrow{X2}$$

$$\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\alpha}.\overrightarrow{Z0} \wedge R.\overrightarrow{X1} + (\dot{\alpha}.\overrightarrow{Z0} + \dot{\beta}.\overrightarrow{Y1}) \wedge (-b).\overrightarrow{X2}$$

$$\boxed{\overrightarrow{V(B,2/0)} = (R - b.\cos\beta)\dot{\alpha}.\overrightarrow{Y1} + b\dot{\beta}.\overrightarrow{Z2}}$$

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \left[\frac{d\overrightarrow{V(B,2/0)}}{dt}\right]_{R0}$$

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \left[\frac{d\,(R - b.\cos\beta)\dot{\alpha}.\overrightarrow{Y1}}{dt}\right]_{R1} + \overrightarrow{\Omega 1/0} \wedge (R - b.\cos\beta)\dot{\alpha}.\overrightarrow{Y1} + \left[\frac{d\,b\dot{\beta}.\overrightarrow{Z2}}{dt}\right]_{R2} + \overrightarrow{\Omega 2/0} \wedge b\dot{\beta}.\overrightarrow{Z2}$$

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = b\dot{\beta}\dot{\alpha}.\sin\beta.\overrightarrow{Y1} + (R - b.\cos\beta)\ddot{\alpha}.\overrightarrow{Y1} - (R - b.\cos\beta)\dot{\alpha}^2.\overrightarrow{X1} + b\ddot{\beta}.\overrightarrow{Z2} + (\dot{\alpha}.\overrightarrow{Z0} + \dot{\beta}.\overrightarrow{Y1}) \wedge b\dot{\beta}.\overrightarrow{Z2}$$

$$\boxed{\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = (R - b.\cos\beta)\ddot{\alpha}.\overrightarrow{Y1} - (R - b.\cos\beta)\dot{\alpha}^2.\overrightarrow{X1} + b\ddot{\beta}.\overrightarrow{Z2} + b\dot{\beta}^2.\overrightarrow{X2} + 2b\dot{\beta}\dot{\alpha}.\sin\beta.\overrightarrow{Y1}}$$

Question 8 : Enoncer la formule du champ des vecteurs vitesses entre les points A et B, en déduire celle du champ des vecteurs accélération.

$$\boxed{\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(A,2/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega 2/0}}$$

En dérivant cette relation, on obtient :

$$\boxed{\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \overrightarrow{\Gamma(A,2/0)} + \left(\overrightarrow{\Omega 2/0} \wedge \overrightarrow{BA}\right) \wedge \overrightarrow{\Omega 2/0} + \overrightarrow{BA} \wedge \left[\frac{d\overrightarrow{\Omega 2/0}}{dt}\right]_{R0}}$$

Question 9 : Calculer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ en utilisant la formule précédente.

$$\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(A,2/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega 2/0} = R\dot{\alpha}.\overrightarrow{Y1} - b.\overrightarrow{X2} \wedge (\dot{\alpha}.\overrightarrow{Z0} + \dot{\beta}.\overrightarrow{Y1})$$

Etant donné que le point A est un point fixe des solides S1 et S2, on peut écrire $\overrightarrow{V(A,1/0)} = \overrightarrow{V(A,2/0)}$

On retrouve les mêmes produits vectoriels : $\boxed{\overrightarrow{V(B,2/0)} = (R - b.\cos\beta)\dot{\alpha}.\overrightarrow{Y1} + b\dot{\beta}.\overrightarrow{Z2}}$

Question 10 : La chaîne d'énergie motorisant le plateau S1 (cf. schéma cinématique) est constituée de :
- un moteur électrique d'axe S6 muni d'un pignon Z6 = 12
- un arbre intermédiaire S5 muni d'un pignon Z51 = 12 et d'une couronne Z56 = 60
- une roue dentée Z1 = 120 solidaire du plateau S1.
En déduire le sens et la fréquence de rotation du moteur pour obtenir une rotation dans le sens positif du plateau N1 = 30 tr/min.

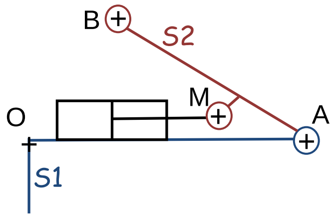
On peut calculer le rapport de transmission : $\dfrac{N1}{N6} = \dfrac{\omega 1}{\omega 6} = (-1)^1 \dfrac{Z6.Z51}{Z56.Z1} = -\dfrac{12^2}{60 \times 120} = -\dfrac{1}{50}$

On en déduit : $N6 = -50.N1 = -1500\ tr/\min$

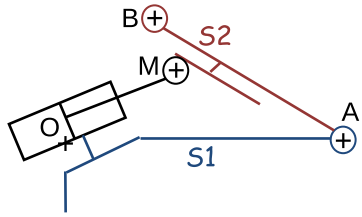
Le moteur devra tourner à <u>N6 = 1500 tr/min</u> et dans le <u>sens contraire</u> de celui attendu pour S1.

Question 11 : On souhaite commander l'orientation du bras à l'aide d'un vérin implanté entre le plateau S1 et le bras S2. Choisir, parmi les propositions de montage ci-dessous, la meilleure solution. Expliquer les inconvénients des autres montages.

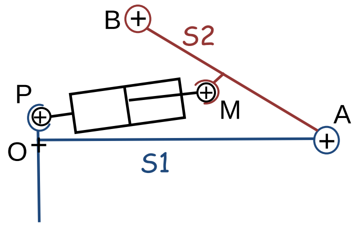
Montage 1



Montage 2



Montage 3



Le montage 1 est à proscrire : il ne permet pas de mouvement, le système est bloqué.
Le montage 2 est à proscrire : il permet le mouvement mais avec une amplitude limitée. Par ailleurs, la tige de vérin sera soumise à des efforts transversaux qui la solliciteront en flexion.
Seul le montage 3 « entre rotules » permet un mouvement de grande amplitude en faisant travailler le vérin dans son axe (pas de flexion)

Question 12 : Le schéma cinématique partiel ci-dessous donne l'architecture d'un vérin électrique. L'axe S9 du moteur électrique entraine un arbre intermédiaire S10 et une vis S11. La liaison glissière hélicoïdale entre S11 et S7 transforme la rotation de la vis en translation de la tige S7. Compléter le schéma cinématique pour obtenir un fonctionnement correct du vérin.

Les axes de rotation des solides S10 et S11 ne sont pas fixés : il manque 2 liaisons pivot avec S8.
Pour éviter la rotation de la tige S7, il est impératif d'ajouter une liaison glissière avec S8.