

DS6-2014_CORRIGE

« Robot humanoïde »

Ce sujet est inspiré du sujet CCP TSI 2006.

Il est rappelé aux candidats qu'ils doivent impérativement utiliser les notations indiquées dans le texte ou sur les figures. Il est demandé aux candidats de rédiger dans l'ordre proposé par le sujet. Il est rappelé aux candidats qu'ils doivent présenter les calculs clairement, dégager et encadrer les résultats relatifs à chaque question référencée dans le sujet. Tout résultat incorrectement exprimé ne sera pas pris en compte. En outre, les correcteurs recommandent d'écrire lisiblement, de numéroter chaque copie en y faisant apparaître clairement la question traitée.

1. Présentation générale du robot

La figure 1 ci-contre présente la décomposition du cycle de la marche humaine. Elle est à la base de la modélisation qui a pour but de la reproduire sur le robot. Dans la suite du sujet, nous nous intéresserons exclusivement à la phase de poussée qui est repérée sur la figure.

Durant cette phase :

- dans un premier temps une jambe se déplace jusqu'à ce que son pied quitte le contact avec le sol,
- ensuite la deuxième jambe fléchit,
- sous l'effet de ces deux mouvements, le centre de gravité du robot, initialement à la verticale des deux pieds se déplace,
- lorsque la verticale du centre de gravité du robot ne rencontre plus la surface de contact du pied, le robot est déséquilibré et est prêt à basculer autour de l'extrémité avant du pied,
- il en résulte un mouvement de rotation du robot autour de l'extrémité avant du pied, jusqu'à ce que le deuxième pied entre en contact avec le sol et que l'équilibre soit à nouveau rétabli,

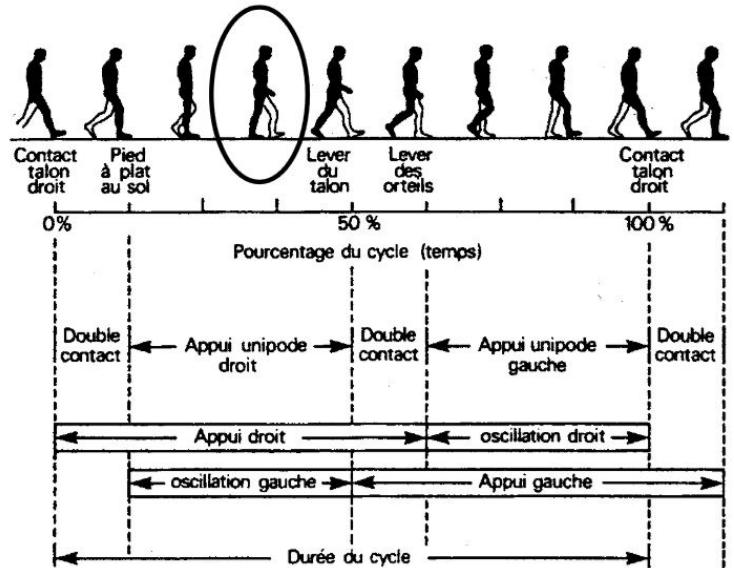


Figure 1 - Le cycle de marche

Cette phase est symbolisée dans la figure 2 ci-dessous :

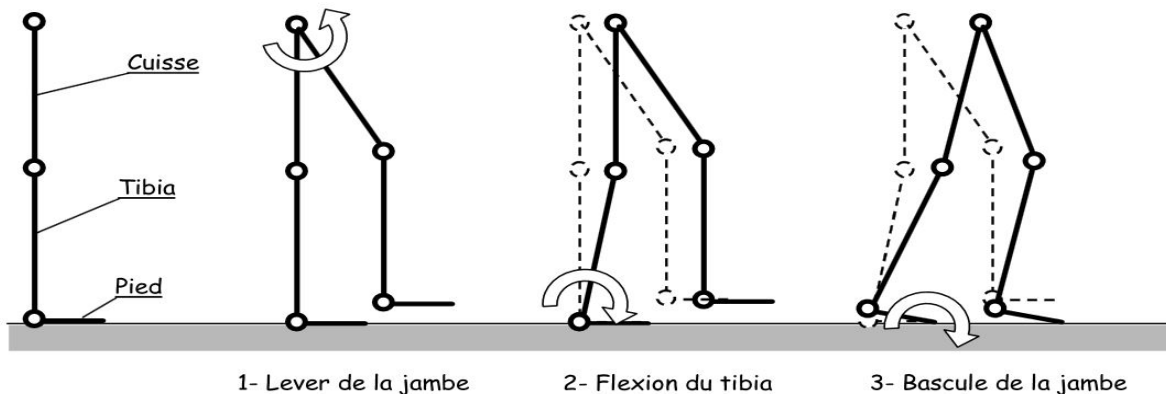


Figure 2 - Modèle cinématique

Le schéma cinématique de la fig.3 modélise l'architecture des jambes de ce robot. Il est considéré comme un mécanisme plan constitué de sept solides principaux :

- le pied droit 5 (O2 A) et le pied gauche 6 (O6 B) de longueur $a = 180$ mm et de repères respectifs $R5(O2, X5, Y, Z5)$ et $R6(O6, X6, Y, Z6)$,
- les tibias 1 (O2 O3) et 4 (O6 O5), de longueur $L = 440$ mm et de repères $R1(O3, X1, Y, Z1)$ et $R4(O5, X4, Y, Z4)$,
- les cuisses 2 (O3 O4) et 3 (O4 O5), de longueur L et de repères $R2(O4, X2, Y, Z2)$ et $R3(O4, X3, Y, Z3)$,
- le tronc 7 articulé avec les deux cuisses au point O4 et de repère $R7(O4, X7, Y, Z7)$

Chaque jambe est commandée par trois moteurs électriques : un moteur de hanche pour la rotation de la cuisse par rapport au tronc, un moteur de genou pour la rotation du tibia par rapport à la cuisse et un moteur de cheville pour la rotation du pied par rapport au tibia.

2. Etude de la phase de lever de la jambe gauche

Le schéma de la figure 3 montre la configuration des jambes du robot durant la phase de lever de la jambe gauche. Durant cette phase les moteurs de commande de la jambe droite ne tournent pas, on considère que les bases des solides 1, 2, 5 et 7 sont confondues avec la base liée au sol (X,Y,Z). En revanche les trois moteurs de la jambe gauche permettent de commander les trois angles θ_3 , θ_4 et θ_6 .

On note h , la hauteur de l'extrémité du pied gauche : $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{Z} = h$

Question 1 : Donner l'expression de h en fonction des longueurs et des angles de la jambe gauche.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO_2} + \overrightarrow{O_2O_4} + \overrightarrow{O_4O_5} + \overrightarrow{O_5O_6} + \overrightarrow{O_6B}$$

$$\overrightarrow{AB} = -a.\vec{X} + 2d.\vec{Z} - L.\vec{Z}_3 - L.\vec{Z}_4 + a.\vec{X}_6$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} \vec{X}_6 = \cos \theta_6.\vec{X}_4 - \sin \theta_6.\vec{Z}_4 \\ \vec{X}_4 = \cos \theta_4.\vec{X}_3 - \sin \theta_4.\vec{Z}_3 \\ \vec{Z}_4 = \sin \theta_4.\vec{X}_3 + \cos \theta_4.\vec{Z}_3 \\ \vec{X}_3 = \cos \theta_3.\vec{X} - \sin \theta_3.\vec{Z} \\ \vec{Z}_3 = \sin \theta_3.\vec{X} + \cos \theta_3.\vec{Z} \end{cases}$$

$$\text{On en déduit : } \vec{Z}_4 = \sin \theta_4.\vec{X}_3 + \cos \theta_4.\vec{Z}_3$$

$$\vec{Z}_4 = \sin \theta_4.\cos \theta_3.\vec{X} - \sin \theta_4.\sin \theta_3.\vec{Z} + \cos \theta_4.\sin \theta_3.\vec{X} + \cos \theta_4.\cos \theta_3.\vec{Z}$$

$$\vec{Z}_4 = \sin(\theta_4 + \theta_3).\vec{X} + \cos(\theta_4 + \theta_3).\vec{Z}$$

Ce résultat était prévisible, en effet l'orientation de Z_4 par rapport à Z est égale à la somme des angles θ_3 et θ_4 .

De même, on trouve : $\vec{X}_6 = \cos(\theta_4 + \theta_3 + \theta_6).\vec{X} + \sin(\theta_4 + \theta_3 + \theta_6).\vec{Z}$

En projetant sur l'axe Z , on obtient directement :

$$h = \overrightarrow{AB} \cdot \vec{Z} = 2d - L.\cos \theta_3 - L.\cos(\theta_3 + \theta_4) - a.\sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_6)$$

Question 2 : Calculer la vitesse et l'accélération du point O_5 : $\overrightarrow{V}(O_5/7)$ et $\overrightarrow{\Gamma}(O_5/7)$

Le mouvement de $5/7$ est une rotation à axe fixe et rayon de rotation constant, on obtient directement :

$$\overrightarrow{V}(O_5/7) = -L.\dot{\theta}_3.\vec{X}_3 \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\Gamma}(O_5/7) = -L.\ddot{\theta}_3.\vec{X}_3 + L.\dot{\theta}_3^2.\vec{Z}_3$$

Question 3 : Calculer la vitesse et l'accélération du point O_6 : $\overrightarrow{V}(O_6/7)$ et $\overrightarrow{\Gamma}(O_6/7)$

$$\overrightarrow{V}(O_6 \in 4/7) = \overrightarrow{V}(O_5 \in 4/7) + \overrightarrow{O_6O_5} \wedge \overrightarrow{\Omega}(4/7)$$

$$\overrightarrow{V}(O_6 \in 4/7) = -L.\dot{\theta}_3.\vec{X}_3 + L.\vec{Z}_4 \wedge (\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4).\vec{Y}$$

$$\overrightarrow{V}(O_6 \in 4/7) = -L.\dot{\theta}_3.\vec{X}_3 - L.(\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4).\vec{X}_4$$

$$\overrightarrow{\Gamma}(O_6 \in 4/7) = \left[\frac{d\overrightarrow{V}(O_6 \in 4/7)}{dt} \right]_{R_7} = -L.\ddot{\theta}_3.\vec{X}_3 + L.\dot{\theta}_3^2.\vec{Z}_3 - L.(\ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4).\vec{X}_4 + \overrightarrow{\Omega}(4/7) \wedge -L.(\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4).\vec{X}_4$$

$$\overrightarrow{\Gamma}(O_6 \in 4/7) = -L.\ddot{\theta}_3.\vec{X}_3 + L.\dot{\theta}_3^2.\vec{Z}_3 - L.(\ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4).\vec{X}_4 + L.(\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4)^2.\vec{Z}_4$$

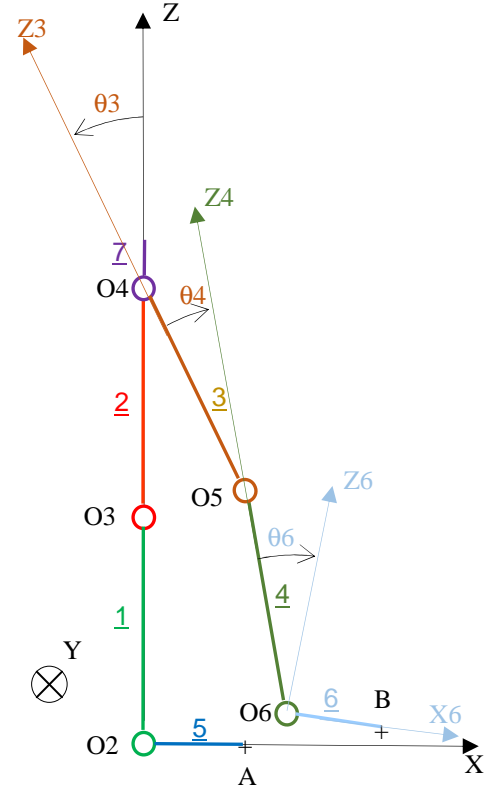


Figure 3 - lever jambe gauche

Le chronogramme de la figure 4 donne la commande du moteur de hanche durant la phase de lever de la jambe gauche.

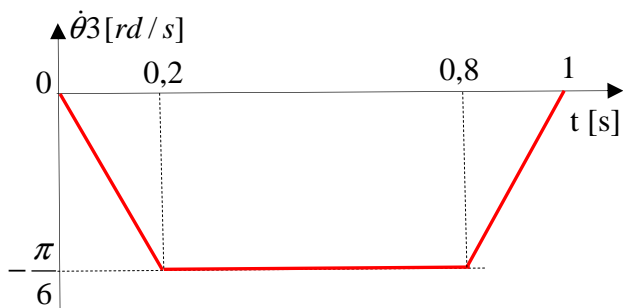


Figure 4 – commande de la hanche gauche

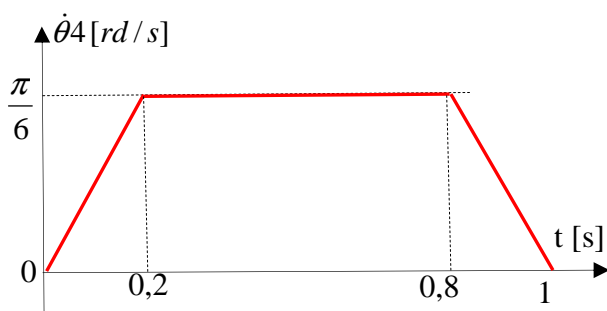
Question 4 : Sachant qu'à $t = 0$, $\theta_3 = 0$, déterminer l'angle θ_3 à la date $t = 1s$.

L'angle θ_3 correspond à l'aire sous la courbe du chronogramme :

$$\theta_3(t=1) = 0,8 \times \frac{-\pi}{6} = -\frac{2\pi}{15} \approx -0,42 \text{ rd} = -24^\circ$$

Question 5 : Durant cette phase, on souhaite que le tibia reste vertical ($Z_4 = Z$) et que le pied reste horizontal ($Z_6 = Z$). Indiquer les commandes à prévoir pour les moteurs de genou et de cheville sur des chronogrammes : $\dot{\theta}_4 = f(t)$ et $\dot{\theta}_6 = f(t)$. Préciser les valeurs des deux angles à la date $t = 0s$.

A chaque instant, on doit vérifier $\theta_3 + \theta_4 = 0$ et $\theta_6 = 0$:



Question 6 : Dans les conditions des questions 4 et 5, quelle sera la vitesse maximum de déplacement du point B et à quelles dates l'accélération du point B sera maximum ?

Dans les conditions des questions 4 et 5, le pied 6 effectue une translation circulaire par rapport à 7. Les points B et O5 ont des trajectoires identiques et $\overrightarrow{V(B \in 6/7)} = \overrightarrow{V(O5 \in 3/7)}$.

$$\|\overrightarrow{V(B \in 6/7)}\| = L \cdot \dot{\theta}_3$$

$$\Rightarrow \|\overrightarrow{V(B \in 6/7)}\|_{\max} = L \cdot \dot{\theta}_3_{\max} = 0,44 \times \frac{\pi}{6} \approx 0,23 \text{ m/s}$$

L'accélération du point B sera maximum aux instants où on pourra cumuler une accélération tangentielle et une vitesse de rotation élevée. C'est-à-dire à :

- $t_1 = 0,2 - dt$
- $t_2 = 0,8 + dt$

3. Etude du réducteur de moteur de hanche

Le moteur choisi pour motoriser la hanche (Portescape 26N48-216E) a une vitesse de rotation nominale $N = 4700 \text{ tr/min}$. Le réducteur qui lui est associé (Portescape M22-180.8) a un rapport de transmission de $R = 1/180,8$. On envisage d'utiliser un réducteur de structure différente. Le schéma de la figure 5 montre l'architecture du nouveau réducteur permettant une réduction plus importante. Dans cette étude, la numérotation des solides est indépendante de celle des autres études. La roue Z1 est solidaire de l'arbre moteur, le solide 1 constitue le solide d'entrée.

On distingue deux parties réductrices :

- Un réducteur à axes fixes (solides 1-2-3-4-5) pour donner à la couronne 5 et au planétaire 3 des rotations inverses.

- Un réducteur à train épicycloïdal (solides 3-6-5-7). Le mouvement de sortie de ce réducteur se fait sur le porte satellites 7.

Les nombres de dents sont les suivants :

$$Z_1 = 12 ; Z_{21} = 36 ; Z_{22} = 12 ; Z_{31} = 48 ; Z_{41} = 24 ; Z_{42} = 12 ; Z_{51} = 96 ; Z_{52} = 54 ; Z_6 = 21 ; Z_{32} = 12$$

Question 7 : Quelle est la fréquence de rotation en sortie du réducteur M226180.8 lorsqu'il est associé au moteur 26N48-216E ?

Si $N = 4700$ tr/min et $R = 1/180,8$ alors la fréquence de rotation de sortie est : $N_s = \frac{4700}{180,8} \approx 26$ tr/min

Question 8 : Pour le nouveau réducteur, déterminer les rapports suivants : $R_{13} = \frac{\omega_3}{\omega_1}$ et $R_{15} = \frac{\omega_5}{\omega_1}$.

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = (-1)^2 \frac{Z_1 \cdot Z_{22}}{Z_{21} \cdot Z_{31}} = \frac{12 \times 12}{36 \times 48} = \frac{1}{12} \quad \text{et} \quad \frac{\omega_5}{\omega_1} = (-1)^3 \frac{Z_1 \cdot Z_{22} \cdot Z_{42}}{Z_{21} \cdot Z_{41} \cdot Z_{51}} = -\frac{12 \times 12 \times 12}{36 \times 24 \times 96} = -\frac{1}{48}$$

Question 9 : Si $\omega_3 = 41$ rd/s et $\omega_5 = -10,25$ rd/s, par un rapide tracé sur la figure 6 du document réponse, comparer ω_7 à ω_3 (sens, augmentation ou réduction de la vitesse de rotation)

→ $\overrightarrow{VI3/0} \perp \overrightarrow{OI}$ et $\|\overrightarrow{VI3/0}\| = OI \cdot \omega_3$ et on sait que $\overrightarrow{VI3/0} = \overrightarrow{VI6/0}$

Les rayons des différentes roues dentées peuvent être mesurés sur le schéma (échelle 1), alors :

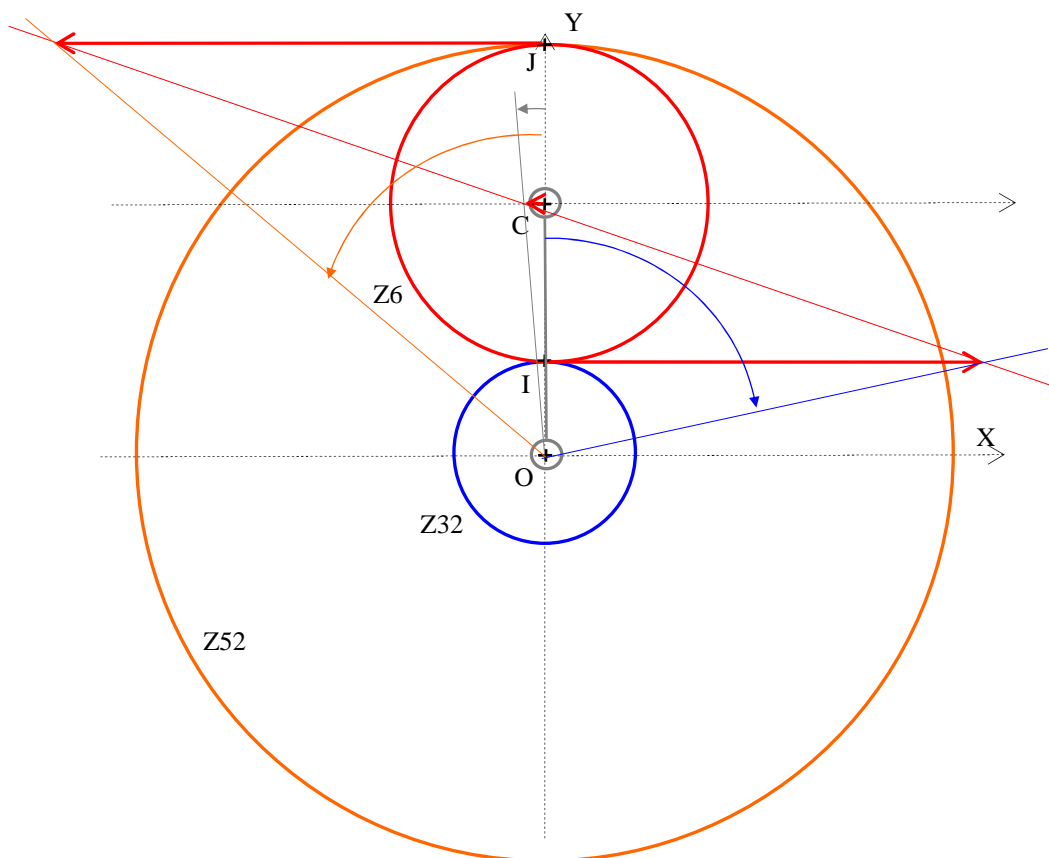
$$\|\overrightarrow{VI3/0}\| = OI \times \omega_3 \approx 12 \times 41 \approx 492 \text{ mm/s}$$

→ De même, $\overrightarrow{VJ5/0} \perp \overrightarrow{OJ}$ et $\|\overrightarrow{VJ5/0}\| = OJ \cdot \omega_5$ et on sait que $\overrightarrow{VJ5/0} = \overrightarrow{VJ6/0}$

$$\|\overrightarrow{VJ3/0}\| \approx -10,25 \times 54 \approx -553 \text{ mm/s}$$

→ On en déduit le champ des vitesses des points de S_6/S_0 et donc $\overrightarrow{VC6/0}$ Avec $\|\overrightarrow{VC6/0}\| \approx -31 \text{ mm/s}$

→ Mais étant donné que $\overrightarrow{VC6/0} = \overrightarrow{VC7/0}$, on en déduit que ω_7 est bien inférieure à ω_3 et de sens opposé.



Question 10 : En appliquant la formule de Willis par rapport au porte satellites 7, déterminer la relation entre ω_7 , ω_3 et ω_5 .

$$\frac{\omega_3/7}{\omega_5/7} = (-1)^1 \frac{Z_{52} \cdot Z_6}{Z_6 \cdot Z_{32}} = -\frac{Z_{52}}{Z_{32}} \text{ avec } \begin{cases} \omega_3/7 = \omega_3 - \omega_7 \\ \omega_5/7 = \omega_5 - \omega_7 \end{cases}$$

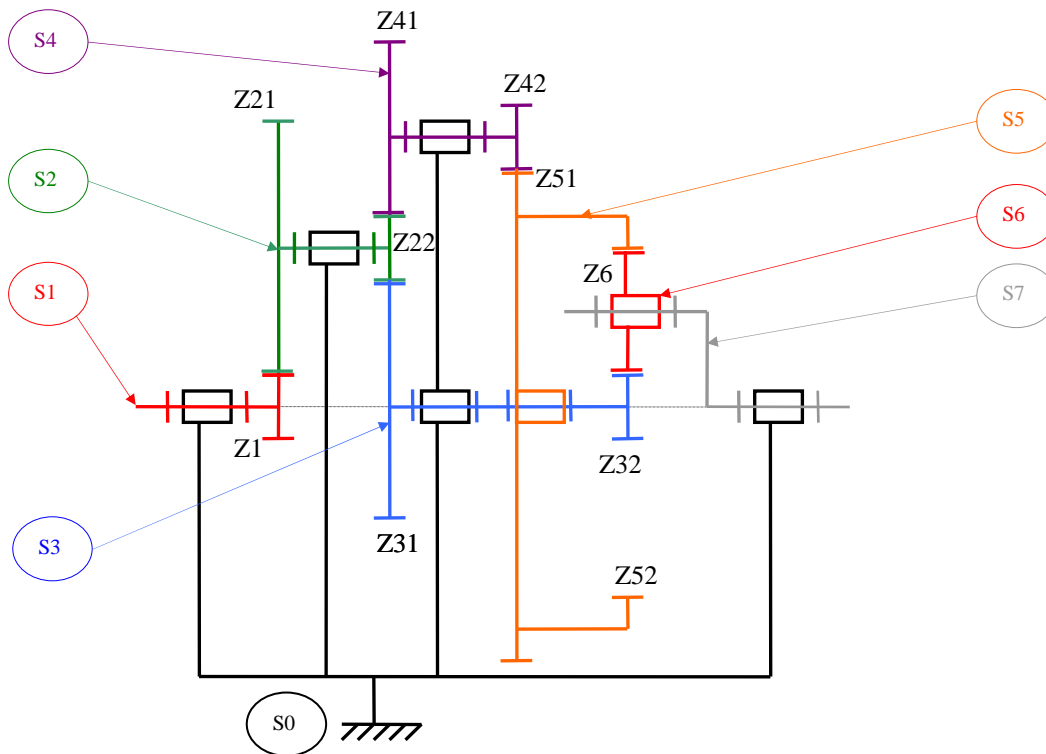
On en déduit : $\omega_3 \cdot Z_{32} - \omega_7 \cdot Z_{32} = -\omega_5 \cdot Z_{52} + \omega_7 \cdot Z_{52} \Rightarrow \omega_3 \cdot Z_{32} + \omega_5 \cdot Z_{52} = \omega_7 \cdot (Z_{52} + Z_{32})$

Question 11 : Calculer la valeur numérique du rapport de transmission global de ce réducteur : $R = \frac{\omega_7}{\omega_1}$.

En substituant ω_3 et ω_5 par les expressions trouvées en question D-1 dans l'expression de la question D-4, on en déduit : $R_{13} \cdot \omega_1 \cdot Z_{32} + R_{15} \cdot \omega_1 \cdot Z_{52} = \omega_7 \cdot (Z_{52} + Z_{32})$

$$\Rightarrow \frac{\omega_7}{\omega_1} = \frac{R_{13} \cdot Z_{32} + R_{15} \cdot Z_{52}}{Z_{52} + Z_{32}} = \frac{1/12 \times 12 - 1/48 \times 54}{12 + 54} \approx -\frac{1}{528} \approx 1,89 \cdot 10^{-3}$$

Figure 5 : schéma cinématique du réducteur de positionneur d'antenne (attention ce schéma n'est pas à l'échelle)



4. Etude du mécanisme de cheville

Afin d'obtenir une réponse non-linéaire de la commande de cheville, on souhaite utiliser un mécanisme de transformation de mouvement en sortie du moto-réducteur de cheville. Le carter du moteur de cheville est solidaire du tibia 4 et l'arbre de sortie est solidaire de la manivelle 8. La rotation de cette dernière autour du point P permet d'incliner le pied 6.

La géométrie du mécanisme est la suivante :

$$\overrightarrow{PO6} = d \cdot \overrightarrow{X4} \text{ avec } d = 34 \text{ mm}$$

$$\overrightarrow{MP} = e \cdot \overrightarrow{Z8} \text{ avec } e = 7,5 \text{ mm}$$

On note : $\overrightarrow{MO6} = \lambda \cdot \overrightarrow{X6}$ avec λ variable.

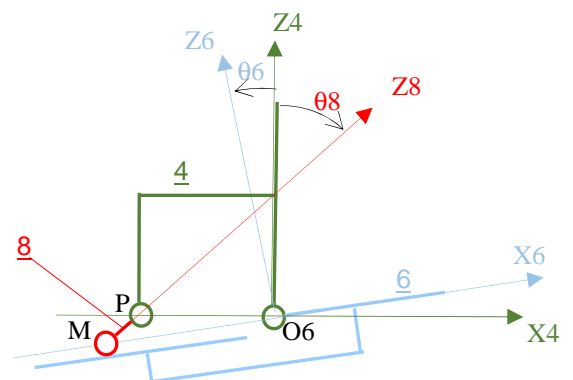
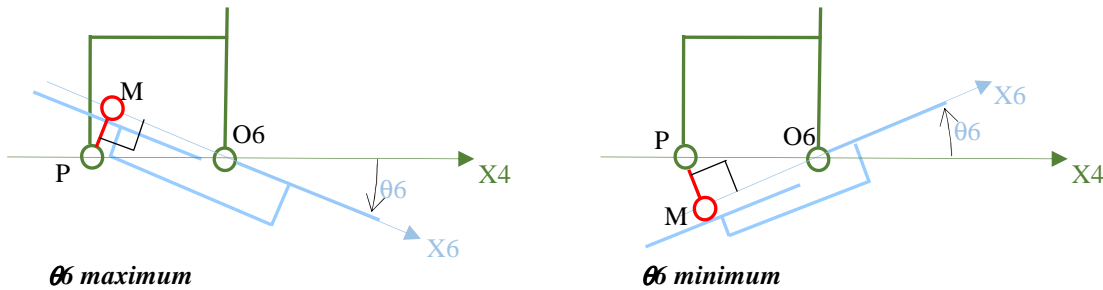


Figure 7 – mécanisme de cheville

Pour les questions 12, 13 et 14, on considère que la manivelle effectue des tours complets.

Question 12 : Tracer les schémas cinématiques de ce mécanisme dans les deux configurations permettant d'obtenir θ_6 mini et θ_6 Maxi. Indiquer le codage de toutes les particularités de votre figure.

Les valeurs extrêmes de q_6 sont obtenues quand le triangle PMO6 est rectangle en M :



Question 13 : Calculer les valeurs extrêmes de θ_6 .

$$\theta_6 \max = -\theta_6 \min = \arcsin\left(\frac{e}{d}\right) = \arcsin\left(\frac{7,5}{34}\right) \approx 12,7^\circ$$

Question 14 : Déterminer la relation entre la rotation de la manivelle et l'inclinaison du pied : $\theta_6 = f(\theta_8)$

$$\overrightarrow{O_6M} = \overrightarrow{O_6P} + \overrightarrow{PM}$$

$$\begin{pmatrix} -\lambda \cos \theta_6 \\ \lambda \sin \theta_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -d \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -e \sin \theta_8 \\ -e \cos \theta_8 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \lambda \cos \theta_6 = d + e \sin \theta_8 & \langle eq.1 \rangle \\ \lambda \sin \theta_6 = -e \cos \theta_8 & \langle eq.2 \rangle \end{cases}$$

$$\frac{\langle eq.2 \rangle}{\langle eq.1 \rangle} \Rightarrow \tan \theta_6 = \frac{-e \cos \theta_8}{d + e \sin \theta_8}$$

$$\Rightarrow \theta_6 = \arctan\left(\frac{-e \cos \theta_8}{d + e \sin \theta_8}\right)$$

Question 15 : Dans la configuration de la figure 8 ($\theta_8 = 24^\circ$ et $\omega_8 = -3 \text{ rd/s}$), déterminer graphiquement la vitesse de glissement du point M de la manivelle 8 par rapport au pied 6 : $\overrightarrow{V(M,8/6)}$

Connaissant la vitesse de rotation ω_8 , on peut en déduire $\|\overrightarrow{V(M,8/4)}\| = PM \cdot \omega_8 \approx 7,5 \times 3 = 22,5 \text{ mm/s}$

Par ailleurs, on peut écrire une relation de composition entre ces vitesses :

$$\overrightarrow{V(M,8/6)} = \overrightarrow{V(M,8/4)} + \overrightarrow{V(M,4/6)} \quad \Rightarrow \quad \underbrace{\overrightarrow{V(M,8/4)}}_{\text{connu}(\perp PM)} = \underbrace{\overrightarrow{V(M,8/6)}}_{// X_6} + \underbrace{\overrightarrow{V(M,6/4)}}_{\perp X_6}$$

Graphiquement, on obtient, $\|\overrightarrow{V(M,8/6)}\| \approx 21,2 \text{ mm/s}$ et $\|\overrightarrow{V(M,6/4)}\| \approx 7,6 \text{ mm/s}$

Question 16 : En déduire la rotation du pied dans cette configuration : ω_6

Connaissant $\|\overrightarrow{V(M,6/4)}\| \approx 7,6 \text{ mm/s}$ on en déduit $\omega_6 = \frac{\|\overrightarrow{V(M,6/4)}\|}{O_6M} \approx \frac{7,6}{41} \approx 0,18 \text{ rd/s}$

Figure 8 : Schéma cinématique du mécanisme de transformation de mouvement de la cheville (Echelle 2)

Question 15 et 16 : cinématique graphique

Echelle des vitesses :
30 mm → 10 mm/s

