DS3-2015_CORRIGE

Partie A : « Mini compresseur »

1. Présentation du système.

L'étude porte sur un mini compresseur électrique qui se branche sur la prise « allume cigare » 12 V des voitures. Ce petit système est censé regonfler les roues en cas de manque de pression ou de crevaison. Le constructeur annonce une pression maxi de 8 b.

La figure ci-contre représente le système bielle-manivelle permettant de transformer le mouvement de rotation continu de la manivelle S1 en translations alternatives du piston S3. Sur certains modèles, l'axe du cylindre est désaxé par rapport à la rotation de la manivelle. Ce désaxage est noté h.

On définit 4 repères :

- $R0(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ lié à S0
- $R1(O,\vec{x1},\vec{y1},\vec{z})$ lié à S1
- $R2(A,\vec{x2},\vec{y2},\vec{z})$ lié à S2
- $R3(B,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ lié à S3

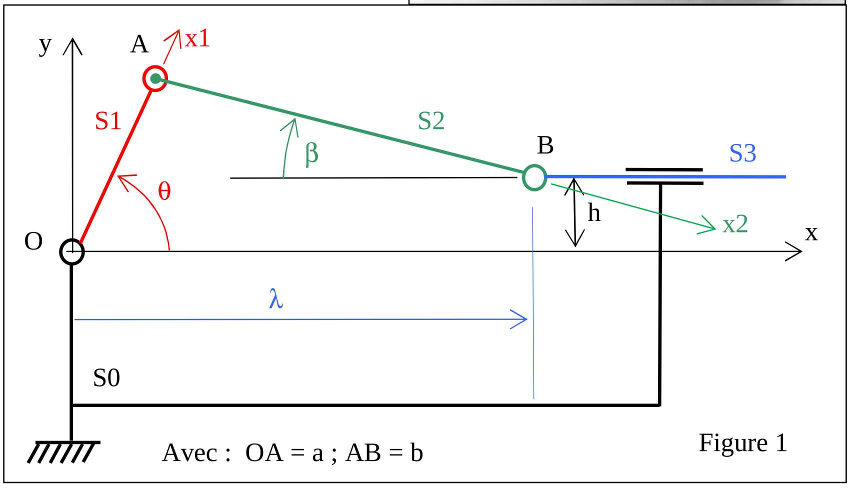


Figure 1

Les orientations respectives de la manivelle et de la bielle sont notées θ et β. Le déplacement axial du piston est représenté par le paramètre λ.

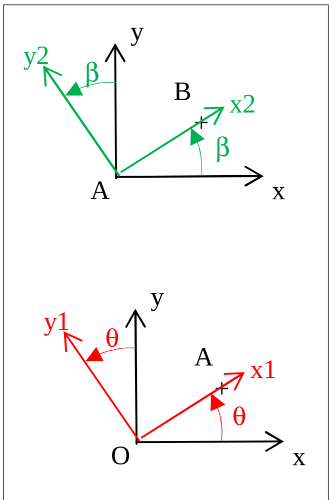
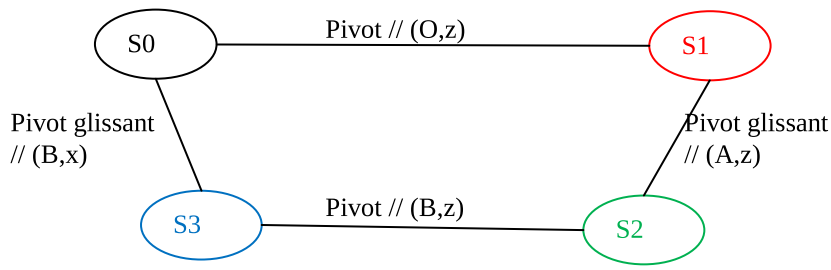


Figure 2

2. Travail demandé :

Question A-1 : Etablir le graphe de structure de ce mécanisme en précisant la nature, la position et l'orientation des liaisons.



Question A-2 : Déterminer la relation entre l'orientation de la bielle et celle de la manivelle : $\beta = f(\theta)$

On décrit la boucle vectorielle suivante : $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$

$$\lambda.\vec{x} + h.\vec{y} = a.\vec{x1} + b.\vec{x2}$$

$$\begin{pmatrix}\lambda \\ h\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a.\cos\theta \\ a.\sin\theta\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}b.\cos\beta \\ b.\sin\beta\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases}\lambda = a.\cos\theta + b.\cos\beta \ \langle eq.1\rangle \\ h = a.\sin\theta + b.\sin\beta \ \langle eq.2\rangle\end{cases}$$

L'équation 2 donne directement la relation : $\boxed{\beta = \arcsin\left(\dfrac{h - a.\sin\theta}{b}\right)}$

Question A-3 : Déterminer la relation entre le déplacement axial du piston et la rotation de la manivelle : $\lambda = f(\theta)$

On utilise les 2 équations précédentes. Il faut substituer $\cos\beta$ dans l'éq. 1 par une expression ne faisant intervenir que le paramètre angulaire d'entrée α :

L'équation 2 donne : $\sin\beta = \left(\dfrac{h - a.\sin\theta}{b}\right)$

$$\Rightarrow \cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{1-\frac{(h-a.\sin\theta)^2}{b^2}} = \frac{1}{b}\sqrt{b^2 - h^2 + 2ah.\sin\theta - a^2.\sin^2\theta}$$

En substituant dans l'éq. 2, on obtient : $\boxed{\lambda = a.\cos\theta + \sqrt{b^2 - h^2 + 2ah.\sin\theta - a^2.\sin^2\theta}}$

Question A-4 : Donner la définition du vecteur accélération d'un point d'un solide par rapport à un repère.

Le vecteur accélération d'un point M appartenant au solide Si par rapport à un repère Rj est la dérivée du vecteur vitesse du même point M de Si /Rj : $\boxed{\overrightarrow{\Gamma_{M\in Si/Rj}} = \left[\dfrac{d\overrightarrow{V_{M\in Si/Rj}}}{dt}\right]_{Rj}}$

*Question A-5 : Calculer les vecteurs position, vitesse et accélération du point A appartenant à S1/R0 en fonction de **a**, de **θ** et de ses dérivées.*

Vecteur position : $\boxed{\overrightarrow{OA} = a.\overrightarrow{x1}}$

Vecteur vitesse : $\overrightarrow{V_{A\in 1/0}} = \left[\dfrac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right]_{R0} = \left[\dfrac{da.\overrightarrow{x1}}{dt}\right]_{R0} = \left[\dfrac{da.\overrightarrow{x1}}{dt}\right]_{R1} + \overrightarrow{\Omega 1/0} \wedge a.\overrightarrow{x1} = \dot{\theta}.\overrightarrow{z} \wedge a.\overrightarrow{x1}$

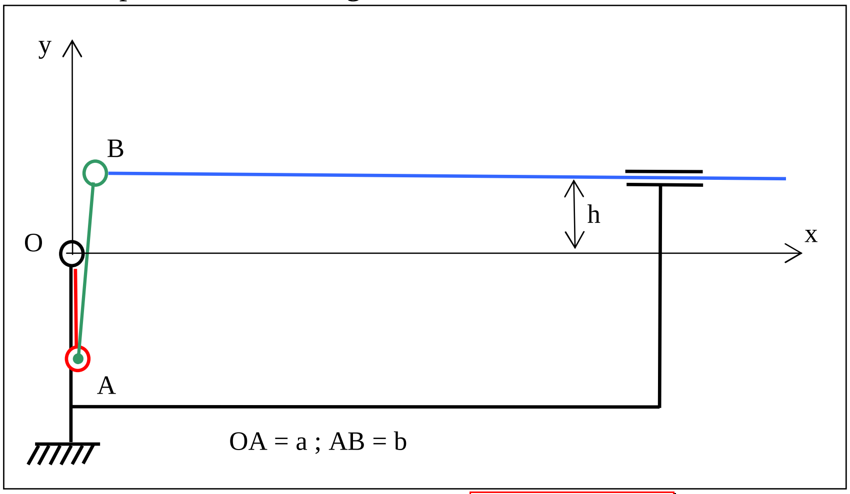
$\boxed{\Rightarrow \overrightarrow{V_{A\in 1/0}} = a\dot{\theta}.\overrightarrow{y1}}$

Vecteur accélération : $\overrightarrow{\Gamma_{A\in 1/0}} = \left[\dfrac{d\overrightarrow{V_{A\in 1/0}}}{dt}\right]_{R0} = \left[\dfrac{d\,a\dot{\theta}\overrightarrow{y1}}{dt}\right]_{R0} = \left[\dfrac{d\,a\dot{\theta}\overrightarrow{y1}}{dt}\right]_{R0} + \overrightarrow{\Omega 1/0} \wedge a\dot{\theta}\overrightarrow{y1} = a\ddot{\theta}\overrightarrow{y1} + \dot{\theta}\overrightarrow{z} \wedge a\dot{\theta}\overrightarrow{y1}$

$\boxed{\Rightarrow \overrightarrow{\Gamma_{A\in 1/0}} = a\ddot{\theta}.\overrightarrow{y1} - a\dot{\theta}^2.\overrightarrow{x1}}$

Question A-6 : Ce mécanisme ne peut fonctionner correctement si la bielle est trop petite. En vous aidant d'un schéma, déterminer l'inéquation permettant de choisir la longueur minimum nécessaire pour la bielle : $b\_\min > f(a,h)$

Les trois points O, A, B alignés avec O entre A et B constitue la configuration la plus défavorable :



On en déduit l'inéquation suivante : $\boxed{b\_\min > a + h}$

Question A-7 : Complétez le dessin en vue plane du piston (figure 3 du document réponse) et dessiner le disque d’inertie du vilebrequin en perspective isométrique à partir de sa représentation en vue plane (figure 4 du document réponse).

Figure 3 : dessin du piston

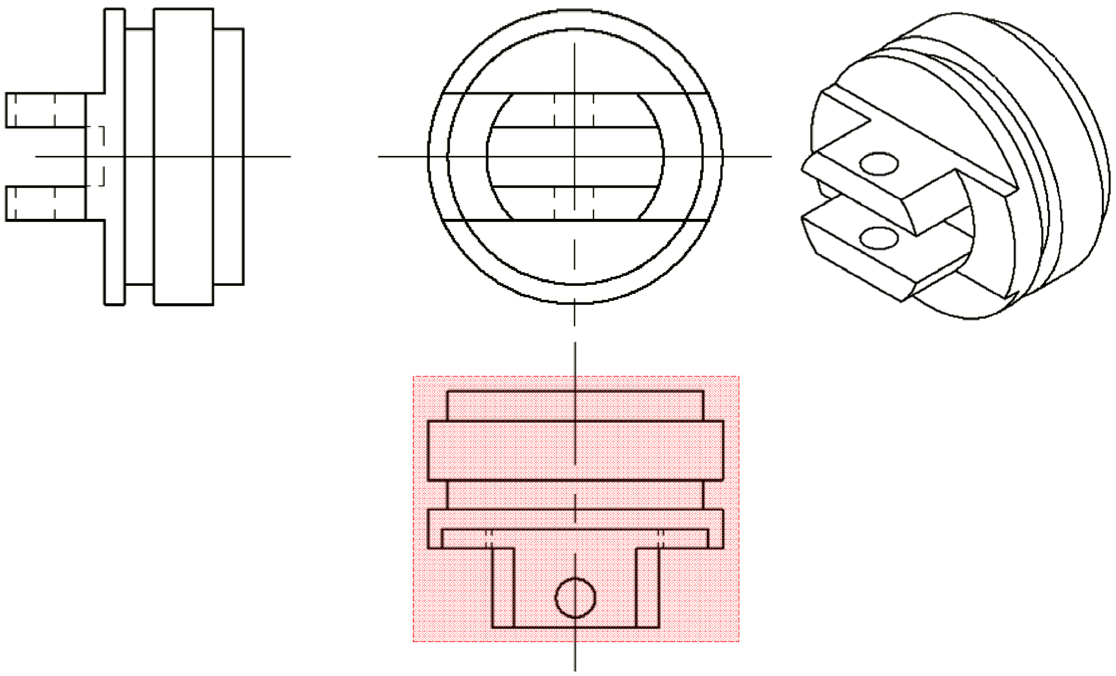
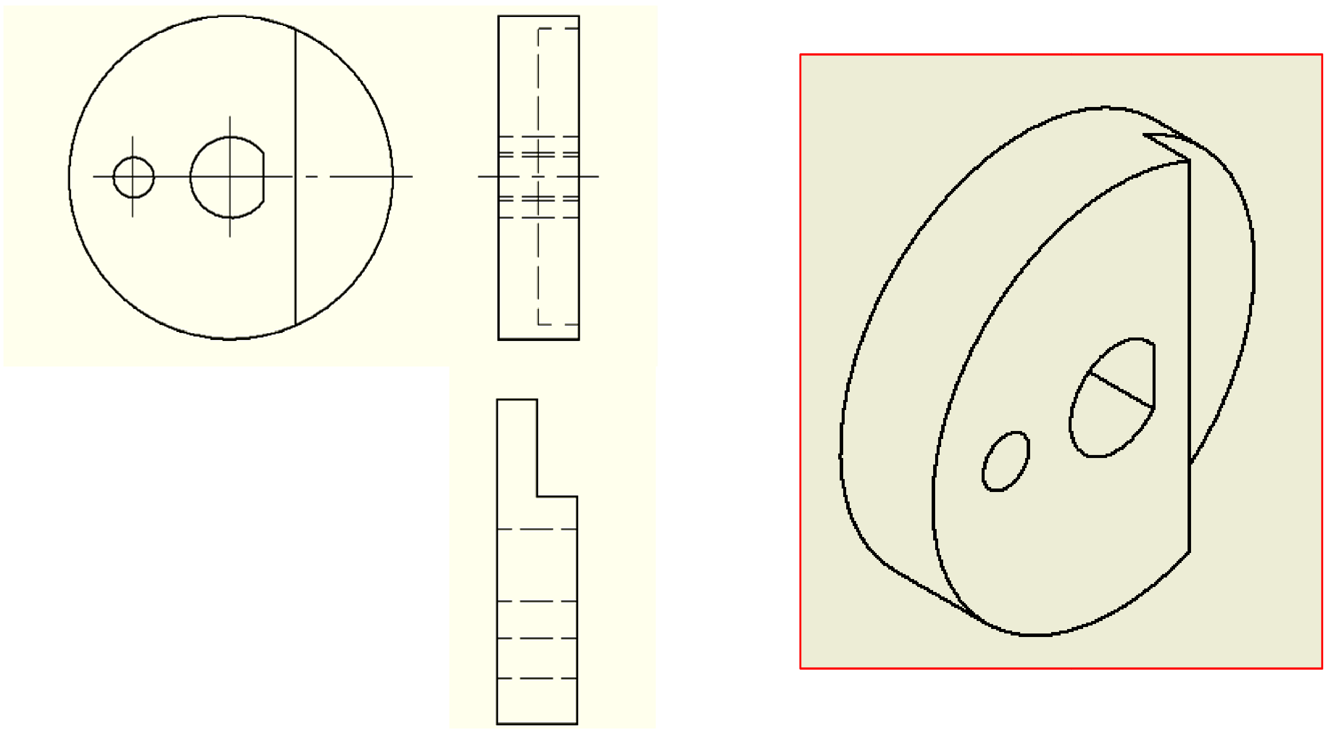


Figure 4 : dessin du disque d’inertie



Partie B : « Nacelle élévatrice à ciseaux »

1. Présentation du système.

Absorbés par la soif de savoir, les étudiants de TSI n'ont pas le temps de regarder par la fenêtre lorsqu'ils sont en salle A226 ! Cependant, on y voit quelque fois un spectacle intéressant … par exemple une nacelle élévatrice à ciseaux pour monter des matériaux de construction au 6ème étage d'un immeuble en construction.
L'objet d'étude de cette partie est une nacelle à ciseaux de conception plus simple que celle de la photo ci-contre.
Le schéma cinématique de la figure 5 représente l'architecture de cette nacelle. La tige de vérin S1 agit sur les deux ciseaux S2-S3 et S4-S5 pour permettre de monter ou descendre la table S7. La table reste parallèle au support S0 grâce au coulisseau S6. Pour garantir un bon fonctionnement, il est impératif que les longueurs des demi-ciseaux soient toutes identiques : d=OB=AB=BD=BC=CE=DE=EF=EG

2. Travail demandé

Question B-1 : Quelle est la nature du mouvement de S3 par rapport à S0 ? Tracer la trajectoire du point D sur la figure 5.

Le mouvement de 3/0 est une rotation d'axe (O,x).
La trajectoire du point D est un arc de cercle de centre O et de rayon 2d.

Question B-2 : Déterminer la relation entre la translation du vérin et la rotation de S3 : $\beta = f(\lambda 1)$

On décrit la boucle vectorielle suivante : $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{AD}$ (en posant : $\overrightarrow{OH} = h.\vec{y} \quad h = cste$)

$$2d.\overrightarrow{y3} = h.\vec{y} - \lambda 1.\vec{y} + \lambda 2.\vec{z}$$

$$\begin{pmatrix} 2d.\cos\beta \\ 2d.\sin\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2d.\cos\beta = h - \lambda 1 \ \langle eq.3 \rangle \\ 2d.\sin\beta = \lambda 2 \ \langle eq.4 \rangle \end{cases}$$

L'équation 3 donne directement la relation : $\boxed{\beta = \arccos\left(\dfrac{h-\lambda 1}{2d}\right)}$

Question B-3 : Déterminer la relation entre la translation du vérin et la hauteur du point D : $\lambda 2 = f(\lambda 1)$

Pour obtenir cette relation, il faut faire « disparaître » le paramètre β des équations.

$$\langle eq.4 \rangle^2 + \langle eq.3 \rangle^2 \Rightarrow 4d^2 = (h - \lambda 1)^2 + \lambda 2^2$$

On en déduit : $\boxed{\lambda 2 = \sqrt{4d^2 - h^2 + 2h\lambda 1 - \lambda 1^2}}$

Question B-4 : Déterminer la relation entre la hauteur du point D et celle du point G : $\lambda 4 = f(\lambda 2)$

Sans faire de calculs, il est évident qu'à chaque instant, la figure formée par les solides 2 et 3 est identique à celle formée par les solides 4 et 5.
On en déduit : $\boxed{\lambda 4 = 2.\lambda 2}$

Question B-5 : Quelle est la nature du mouvement de S7 par rapport à S0 ? Tracer la trajectoire du point F sur la figure 5.

Le mouvement de 7/0 est une translation de direction z.
La trajectoire du point F est un segment de la droite (O,z).

Question B-6 : Quelle est la nature du mouvement de S6 par rapport à S0 ? Tracer la trajectoire du point G sur la figure 5.

Le mouvement de 6/0 est une translation curviligne (l'orientation de 6/0 ne change pas au cours du temps).
La trajectoire du point G est un arc d'ellipse de centre O, de petit axe 2d suivant (O,y) et de grand axe 4d suivant (O,z).

Figure 5