

## « Nacelle automotrice »

Cette partie est inspirée du sujet de concours ENGEES, filière PSI, session 2001.

### 1. Présentation du mécanisme

L'étude proposée portera sur une nacelle de type flèche télescopique (H21).

L'énergie nécessaire est fournie principalement par un moteur thermique qui entraîne un groupe hydraulique. Un groupe électro-pompe de secours est également disponible en cas d'incident. Les différents actionneurs utilisés sont hydrauliques avec commande proportionnelle.

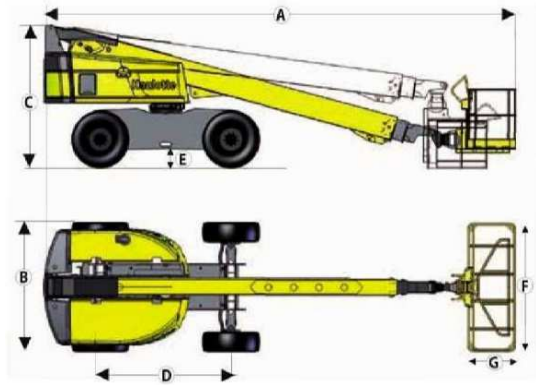
Les mouvements disponibles sont

- \* la "translation" de la nacelle par quatre roues motrices,
- \* la direction par deux roues directrices avec mécanisme entraîné par un vérin,
- \* la rotation de la tourelle (360°) en continu,
- \* le relevage de la flèche,
- \* le déploiement de la flèche télescopique,
- \* la rotation du panier autour d'un axe vertical,
- \* l'inclinaison du panier.

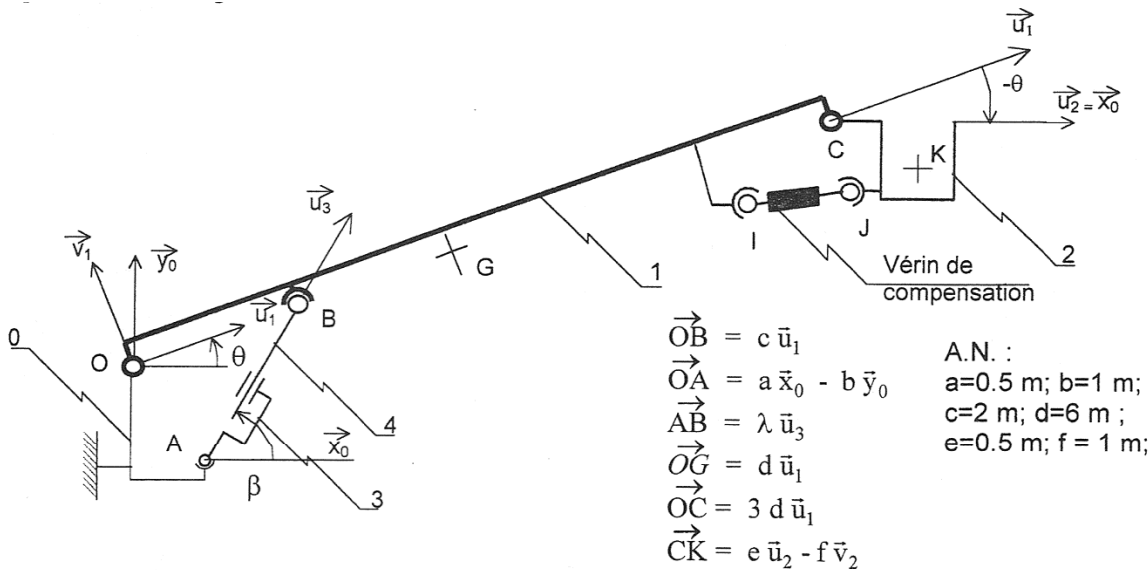
Les dispositifs principaux de sécurité sont un système de contrôle de dévers (5°) et de la charge en panier (250kg).

### 2. Travail demandé

**Etude du relevage de la flèche** : l'objectif est de déterminer la course du vérin de relevage ainsi que le temps de relevage de la flèche.



DONNÉES TECHNIQUES		HT21 RT O	HT21 RT PRO
Hauteur de travail		20.6 m	20.6 m
Hauteur plateforme		18.6 m	18.6 m
Déport maximum		15.9 m	15.9 m
Capacité maximum	230 kg (2 persons)		230 kg (2 persons)
<b>F</b> x <b>G</b> Dimensions plateforme	2.44 x 0.91 m		2.44 x 0.91 m
<b>A</b> Longueur hors tout	9 m		9 m
<b>B</b> Largeur hors tout	2.47 m		2.47 m
<b>C</b> Hauteur repliée	2.7 m		2.7 m
Angle de rotation de la plateforme	175° (+85/-90)		175° (+85/-90)
Angle de débattement de la flèche	90° (+75/-15)		90° (+75/-15)
Angle de rotation de la tourelle	360° continuous		360° continuous
Déport arrière	109 cm		109 cm
<b>D</b> Empattement	2.5 m		2.5 m
<b>E</b> Garde au sol	34 cm		34 cm
Dévers	5°		5°
Vitesse de translation	0.5 - 6.5 km/h		0.5 - 6.5 km/h
Pente maximum	40 %		40 %
Rayon de braquage extérieur	6.3 m		3.4 m
Pneus gonflés mousse	385/65 - 22.5		385/65 - 22.5
Moteur diesel	Kubota 36.5 kW - 48.9 hp		Kubota 36.5 kW - 48.9 hp
Poids total	11 340 kg		11 420 kg

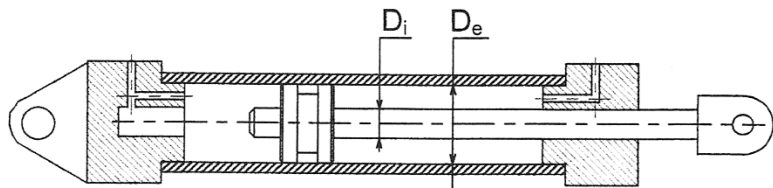


**éléments d'inertie** : Solide 1 : centre d'inertie G, masse =  $M_1$ , moment d'inertie par rapport à l'axe  $Oz_0 = I_1$ ,  
 Solide 2 : centre d'inertie K, masse =  $M_2$ , moment d'inertie par rapport à l'axe  $Kz_0 = I_2$ ,  
 A.N. :  $M_1 = 2500 \text{ kg}$ ;  $I_1 = 25000 \text{ kg.m}^2$ ;  $M_2 = 500 \text{ kg}$ ;  $I_2 = 150 \text{ kg.m}^2$

**pesanteur** :  $\vec{g} = -g \cdot \vec{y}_0$  avec  $g = 10 \text{ m/s}^2$

**Données vérin** :

$D_i = 180 \text{ mm}$ ;  $D_e = 240 \text{ mm}$  ;  
 débit maxi =  $q_{\text{max}} = 55 \text{ l/mn}$  ;



On considère le châssis à l'arrêt sur un plan horizontal et la tourelle immobile. Pendant le relevage, le vérin évolue à vitesse constante. Les mouvements de télescopage ou de pivotement du panier par rapport à la tête de flèche sont inexistant. On peut considérer 5 solides. Lors de la rotation de la flèche 1 par rapport à la tourelle 0, en phase de relevage, le mouvement de compensation est supposé parfait :  $\vec{u}_2 = \vec{x}_0$  (le panier reste horizontal).

**Q.1 Exprimer la longueur  $\lambda$  en fonction de l'angle de relevage  $\theta$ .**

En écrivant la boucle vectorielle entre les points OAB :

$$\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BO} = \vec{0} \Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ -b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \lambda \cdot \cos \beta \\ \lambda \cdot \sin \beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -c \cdot \cos \theta \\ -c \cdot \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda \cdot \cos \beta = c \cdot \cos \theta - a & \langle eq.1 \rangle \\ \lambda \cdot \sin \beta = c \cdot \sin \theta + b & \langle eq.2 \rangle \end{cases} \Rightarrow \langle eq.1 \rangle^2 + \langle eq.2 \rangle^2 \Rightarrow \lambda^2 = c^2 + a^2 + b^2 + 2bc \cdot \sin \theta - 2ac \cdot \cos \theta$$

$$\Rightarrow \lambda = \sqrt{c^2 + a^2 + b^2 + 2c \cdot (b \cdot \sin \theta - a \cdot \cos \theta)}$$

**Q.2 En déduire la course du vérin de relevage pour  $\theta = \left[ -\frac{\pi}{12}; \frac{5\pi}{12} \right]$ .**

On en déduit les longueurs extrêmes du vérin :

- Pour  $\theta = -\frac{\pi}{12}$ , on obtient  $\Rightarrow \lambda \approx 1,51 \text{ m}$

- Pour  $\theta = \frac{5\pi}{12}$ , on obtient  $\Rightarrow \lambda \approx 2,93 \text{ m}$

Et enfin la course nécessaire pour le vérin :

$$\Rightarrow C = \Delta\lambda = \lambda_{\max} - \lambda_{\min} \approx 1,42 \text{ m}$$

**Q.3 En déduire la durée de relevage pour le débit maximum.**

On sait que le débit maximum est  $q_{\max} = 55 \text{ l/min}$ .

Par ailleurs, un débit peut également s'exprimer :  $qv = \text{vitesse} \times \text{section}$

Il faut calculer la section du vérin. Dans la phase de relevage, le débit d'huile est envoyé dans la chambre

arrière du vérin :  $\Rightarrow S = \frac{\pi \cdot De^2}{4} \approx 45200 \text{ mm}^2 \approx 4,52 \text{ dm}^2$

On en déduit la vitesse de déplacement du vérin :

$$\Rightarrow V_s = \frac{q_{\max}}{S} = \frac{55}{4,52} \approx 12,2 \text{ dm/min} \approx 0,0202 \text{ m/s}$$

Et enfin le temps de sortie du vérin :

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{C}{V_s} = \frac{1,42}{0,0202} \approx 70 \text{ s}$$

**Q.4 Exprimer la vitesse et l'accélération du centre d'inertie G de la flèche 1 par rapport à 0 en fonction des dimensions et de l'angle de relevage.**

Etant donné que le point G effectue une simple rotation d'axe fixe avec un rayon constant, on peut donner directement :

$$\vec{V}(G,1/0) = d\dot{\theta} \cdot \vec{v}_1 \quad \text{et} \quad \vec{\Gamma}(G,1/0) = d\ddot{\theta} \cdot \vec{v}_1 - d\dot{\theta}^2 \cdot \vec{u}_1$$

**Q.5 En déduire la vitesse et l'accélération du centre d'inertie K du panier 2 par rapport à 0 en fonction des dimensions et de l'angle de relevage.**

La commande du vérin de compensation permet d'avoir à chaque instant  $\vec{u}_2 = \vec{x}_0$ . Il en résulte que le mouvement du S2/S0 est une translation circulaire. Les points K et C ont les mêmes vecteurs vitesse et accélération à chaque instant :

$$\vec{V}(K,2/0) = 3d\dot{\theta} \cdot \vec{v}_1 \quad \text{et} \quad \vec{\Gamma}(K,2/0) = 3d\ddot{\theta} \cdot \vec{v}_1 - 3d\dot{\theta}^2 \cdot \vec{u}_1$$

**Étude Statique** : l'objectif est de déterminer l'effort fourni par le vérin de relevage.

Les masses des solides autres que 1 et 2 sont négligées. Les seuls actionneurs considérés sont : le vérin de relevage et le vérin de compensation. L'action du vérin de compensation sur 2 est modélisable par un glisseur de résultante  $\overrightarrow{R}_{(comp \rightarrow 2)}$  et d'axe central **IJ**.

**Q.6 Isoler l'ensemble S composé des solides 1 et 2 et du vérin de compensation, pour déterminer l'effort dans le vérin de relevage (3+4) en fonction des masses M1 et M2 et des dimensions.**

L'ensemble S est en équilibre sous 4 actions mécaniques extérieures. Ce système peut être considéré comme plan :

$$\begin{aligned} \{T(g \rightarrow 1)\}_G &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -M1.g & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -M1.g & 0 \\ 0 & -d.M1.g.\cos\theta \end{Bmatrix}_O \\ \{T(g \rightarrow 2)\}_K &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -M2.g & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_K = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -M2.g & 0 \\ 0 & -(e+3d.\cos\theta)M2.g \end{Bmatrix}_O \end{aligned}$$

Pour l'effort du vérin de relevage, on connaît la direction, il est judicieux de ne poser qu'une inconnue : R41.

$$\{T(4 \rightarrow 1)\}_B = \begin{Bmatrix} R41.\cos\beta & 0 \\ R41.\sin\beta & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} R41.\cos\beta & 0 \\ R41.\sin\beta & 0 \\ 0 & c.\cos\theta.R41.\sin\beta - c.\sin\theta.R41.\cos\beta \end{Bmatrix}_O$$

Avec  $c.\cos\theta.R41.\sin\beta - c.\sin\theta.R41.\cos\beta = c.R41(\cos\theta.\sin\beta - \sin\theta.\cos\beta) = c.R41.\sin(\beta - \theta)$

$$\{T(0 \rightarrow 1)\}_O = \begin{Bmatrix} X01 & 0 \\ Y01 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_O$$

En appliquant le PFS au point O, on obtient 3 équations scalaires :

$$\begin{cases} R41.\cos\beta + X01 = 0 & \langle eq.3 \rangle \\ -(M1+M2).g + R41.\sin\beta + Y01 = 0 & \langle eq.4 \rangle \\ -d.M1.\cos\theta.g - (e+3d.\cos\theta)M2.g + c.R41.\sin(\beta - \theta) = 0 & \langle eq.5 \rangle \end{cases}$$

Il n'est pas nécessaire de tout résoudre. Pour obtenir l'effort dans le vérin de relevage, il suffit d'utiliser

l'équation 5 :

$$R41 = \frac{d.M1.\cos\theta.g + (e+3d.\cos\theta)M2.g}{c.\sin(\beta - \theta)}$$

**Q.7 Pour le chargement maximum du panier et pour la flèche sortie au maximum, on donne la courbe (ci-contre) représentative de  $F_{vérin}$  lors du relevage à débit maximum. En déduire la pression maximum que nécessite le vérin.**

Dans la phase de relevage, le débit d'huile est envoyé dans la chambre arrière du vérin :  $\Rightarrow S \approx 4,52 \text{ dm}^2 = 0,0452 \text{ m}^2$

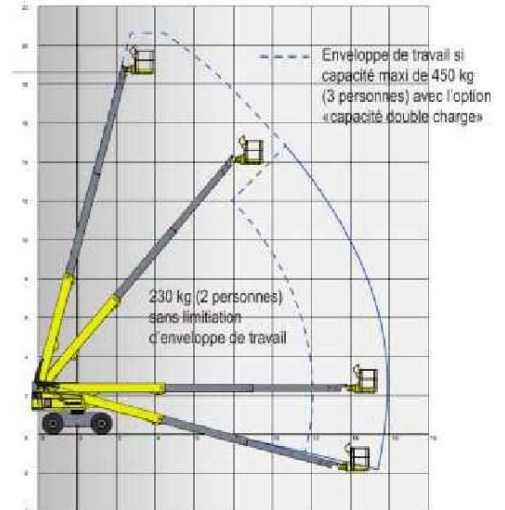
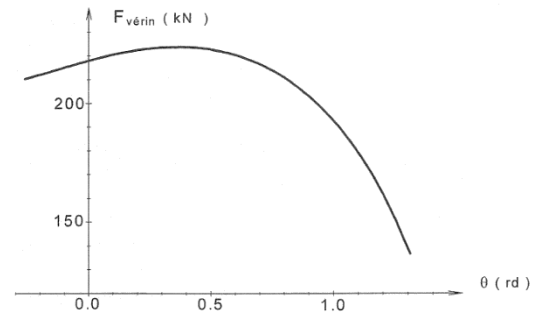
On en déduit la pression nécessaire dans la chambre arrière du vérin :

$$\Rightarrow P_s = \frac{F_{vérin} \text{ max}}{S} \approx \frac{225 \cdot 10^3}{0,0452} \approx 4,98 \cdot 10^6 \text{ Pa} \Rightarrow P_s \approx 50 \text{ b}$$

Le constructeur propose une option « capacité double charge » permettant de passer de 230 à 450 kg de charge embarquée dans la nacelle. Le graphique ci-contre présente deux zones de travail en fonction de la charge.

**Q.8 Expliquer, sans calcul, pourquoi la zone de travail « 450 kg » est plus restreinte que celle correspondant à « 230 kg ». Citer 2 raisons qui peuvent limiter la zone de travail.**

Mécaniquement, il est évident que l'effort dans le vérin de relevage évolue avec la charge embarquée dans le panier mais il dépend également du bras de levier de cette charge. En effet, plus la distance horizontale entre le support de la charge M2 et le point B d'ancrage du vérin sera grande plus l'effort nécessaire dans le vérin sera important.



Mathématiquement, d'après le résultat de la question 6, la valeur de R41 augmente dans 3 cas :

- si la distance ( $OC = 3d$ ) augmente,
- si la charge M2 augmente,
- si l'angle  $\theta$  se rapproche de  $0^\circ$ .

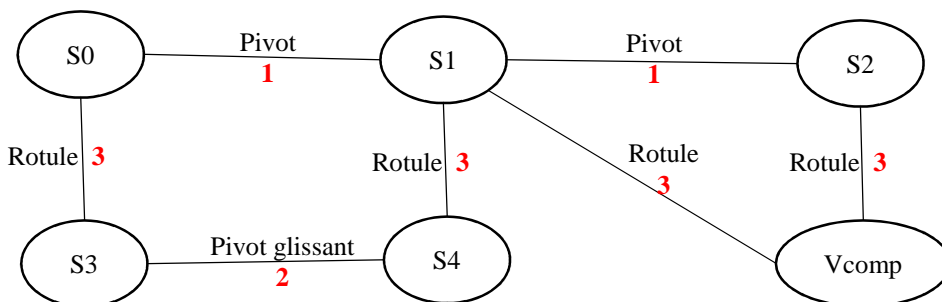
$$R_{41} = \frac{d \cdot M_1 \cdot \cos \theta \cdot g + (e + 3d \cdot \cos \theta) M_2 \cdot g}{c \cdot \sin(\beta - \theta)}$$

Parmi les principales raisons pouvant réduire la zone de travail en cas de surcharge, on peut citer :

- effort trop important dans le vérin  $\rightarrow$  pression trop forte, rupture de flexible, casse des éléments d'ancrage du vérin, ...
- charge trop éloignée du polygone de sustentation du véhicule  $\rightarrow$  risque de basculement du châssis.

**Q.9 Déterminer les degrés de mobilité et d'hyperstatisme du sous-ensemble de relevage de la flèche (solides 0, 1, 2, 3, 4 et vérin de compensation du schéma cinématique de la page 1).**

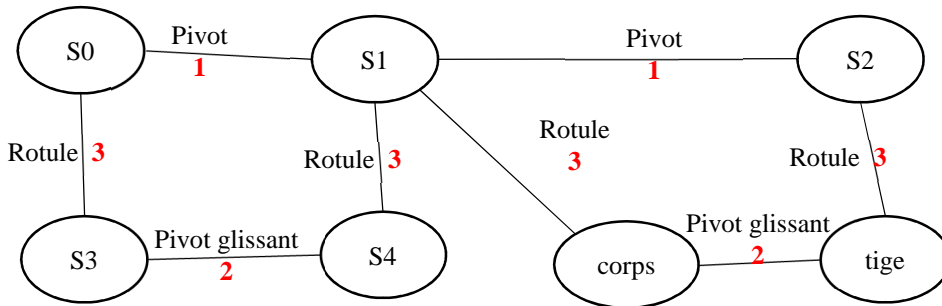
Si on considère le vérin de compensation comme un seul solide monté entre rotules, on peut établir le graphe de structure suivant :



- $N_c = 16$
- $\gamma = 2$
- $m = 4$
- translation de S4/S3
- rotation de S3/S0
- rotation de S4/S3
- rotation du vérin compensation

On en déduit que le système est isostatique :  $h = m + 6\gamma - N_c = 4 + 12 - 16 = 0$

Si on considère le vérin de compensation comme le vérin de relevage avec 2 solides (corps + tige) mais toujours monté entre rotules, on peut établir le graphe de structure suivant :



$N_c = 18$   
 $\gamma = 2$   
 $m = 6$   
 translation de S4/S3  
 translation tige/corps  
 rotation de S3/S0  
 rotation de S4/S3  
 rotation du corps/S1  
 rotation corps/tige

On en déduit que le système est isostatique :  $h = m + 6\gamma - N_c = 6 + 12 - 18 = 0$

Le vérin de relevage est monté entre rotules. Pour augmenter la rigidité de la flèche, on envisage de monter ce vérin entre deux liaisons pivot d'axes (A, Z0) et (B, Z0).

**Q10 Comment évoluent les degrés de mobilité et d'hyperstatisme de ce sous-ensemble avec ce montage de vérin ?**

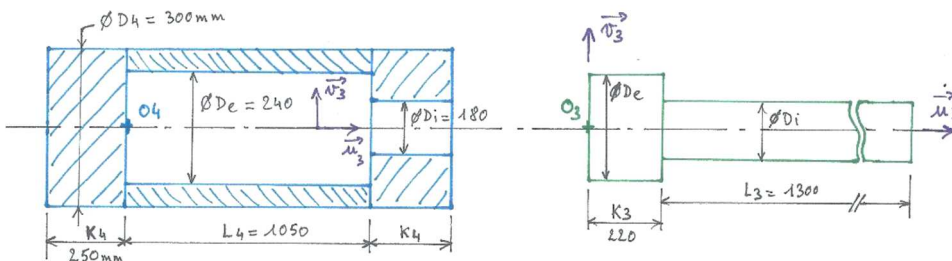
Par rapport à la configuration initiale, remplacer les rotules du vérin de relevage par 2 pivots d'axe // Z0 entraîne les modifications suivantes :

- $N_c' = N_c - 4$  (2 rotules 3+3 → 2 pivots 1+1)
- $m' = m - 2$  (aucune rotation propre de la tige ou du corps du vérin)
- $\gamma = 2$  inchangé

On en déduit que le système devient hyperstatique :  $h' = m' + 6\gamma - N_c' = h - 2 + 4 = 2$

Afin de déterminer la position du centre de gravité du vérin de relevage, on considère les formes simplifiées ci-dessous pour le corps 4 et la tige 3. Toutes les formes sont de révolution et toutes les pièces constituant ces solides sont en acier ( $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ ).

**Q11 Calculer la position des centres de gravité respectifs (G3 et G4) du corps et de la tige de ce vérin.**



Etant donné que les solides S3 et S4 sont homogènes et de révolution, on en déduit que leur centre de gravité respectifs sont des centre de volume situés sur leur axe de révolution.

Si on décompose S3 en deux volumes (piston et tige) :

- Pour le piston :  $\overrightarrow{O_3G_{piston}} \cdot \vec{u}_3 = \left( \frac{K_3}{2} \right)$  et  $V_{piston} = \frac{\pi}{4} D_e^2 \cdot K_3$
- Pour la tige :  $\overrightarrow{O_3G_{tige}} \cdot \vec{u}_3 = \left( K_3 + \frac{L_3}{2} \right)$  et  $V_{tige} = \frac{\pi}{4} D_i^2 \cdot L_3$

Pour S3, la formule barycentrique s'écrit :

$$\overrightarrow{O_3G_3} \cdot \vec{u}_3 = \frac{\sum V_i \cdot \overrightarrow{O_3G_i} \cdot \vec{u}_3}{\sum V_i} \Rightarrow \overrightarrow{O_3G_3} \cdot \vec{u}_3 = \frac{\left( D_e^2 \cdot K_3 \cdot \left( \frac{K_3}{2} \right) + D_i^2 \cdot L_3 \cdot \left( K_3 + \frac{L_3}{2} \right) \right)}{\left( D_e^2 \cdot K_3 + D_i^2 \cdot L_3 \right)}$$

Si on décompose S4 en 3 volumes (flasque arrière, tube et flasque avant) :

- Pour le flasque arrière :  $\overrightarrow{O4Gflar} \cdot \vec{u}_3 = \left(-\frac{K4}{2}\right)$  et  $Vflar = \frac{\pi}{4} D4^2 \cdot K4$
- Pour le tube :  $\overrightarrow{O4Gtube} \cdot \vec{u}_3 = \left(\frac{L4}{2}\right)$  et  $Vtube = \frac{\pi}{4} (D4^2 - De^2) \cdot L4$
- Pour le flasque avant :  $\overrightarrow{O4Gflav} \cdot \vec{u}_3 = \left(L4 + \frac{K4}{2}\right)$  et  $Vflav = \frac{\pi}{4} (D4^2 - Di^2) \cdot K4$

Pour S4, la formule barycentrique s'écrit :

$$\overrightarrow{O4G4} \cdot \vec{u}_3 = \frac{\sum Vi \cdot \overrightarrow{O4Gi} \cdot \vec{u}_3}{\sum Vi}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{O4G4} \cdot \vec{u}_3 = \frac{\left( D4^2 \cdot K4 \cdot \left(-\frac{K4}{2}\right) + (D4^2 - De^2) \cdot L4 \cdot \left(\frac{L4}{2}\right) + (D4^2 - Di^2) \cdot K4 \cdot \left(L4 + \frac{K4}{2}\right) \right)}{(D4^2 \cdot K4 + (D4^2 - De^2) \cdot L4 + (D4^2 - Di^2) \cdot K4)}$$

**Q12 Calculer les masses respectives (M3 et M4) du corps et de la tige de ce vérin.**

Pour la masse de S3 :  $M3 = V3 \cdot \rho$

$$\text{Avec } V3 = Vpiston + Vtige = \frac{\pi}{4} (De^2 \cdot K3 + Di^2 \cdot L3) = \frac{\pi}{4} (240^2 \cdot 220 + 180^2 \cdot 1300) \approx 43 \cdot 10^6 \text{ mm}^3 \approx 43 \text{ dm}^3$$

$$\text{On en déduit } M3 = V3 \cdot \rho \approx 43 \cdot 10^{-3} \times 7800 \approx 335 \text{ kg}$$

Pour la masse de S4 :  $M4 = V4 \cdot \rho$

$$\text{Avec } V4 = Vflar + Vtube + Vflav = \frac{\pi}{4} (D4^2 \cdot K4 + (D4^2 - De^2) \cdot L4 + (D4^2 - Di^2) \cdot K4)$$

$$\Rightarrow V4 = \frac{\pi}{4} (300^2 \cdot 250 + (300^2 - 240^2) \cdot 1050 + (300^2 - 180^2) \cdot 250) \approx 56 \cdot 10^6 \text{ mm}^3 \approx 56 \text{ dm}^3$$

$$\text{On en déduit } M4 = V4 \cdot \rho \approx 56 \cdot 10^{-3} \times 7800 \approx 436 \text{ kg}$$