

## Devoir à la Maison n°6

### Partie 1 : Filtrage d'un signal

#### A. Etude d'un signal :

Monsieur K désire étudier un signal modulé en amplitude dont l'expression mathématique est :

$$u_e(t) = U_m (1 + m \cos(2\pi f_s t)) \cos(2\pi f_p t)$$

où :  $U_m = 5V$  ;  $m=0,5$  ;  $f_s = 50 \text{ kHz}$  et  $f_p = 200 \text{ kHz}$ .

- Sachant que  $\cos a \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b))$ , montrer que ce signal peut s'écrire comme la somme de 3 fonctions sinusoïdales dont on précisera la fréquence.
- Représenter le spectre de ce signal.

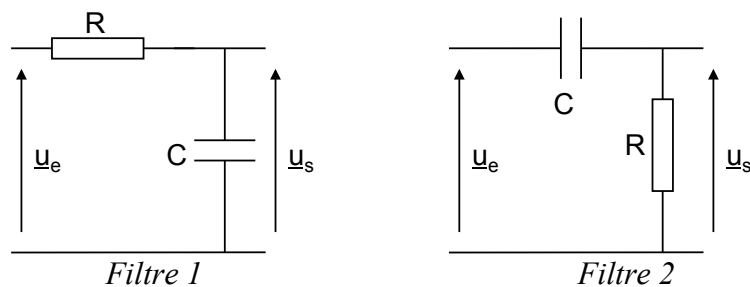
Monsieur K désire conserver uniquement la raie centrale de fréquence  $f_p = 200 \text{ kHz}$ .

- Quel type de filtre doit-il utiliser ? Quelle doit être sa bande passante maximale ?

Monsieur K demande à ses étudiants de fabriquer un filtre passe bande qui lui permettra de capter le signal désirer. Il impose les critères suivants : la fréquence centrale de ce filtre doit être  $f_0 = 200 \text{ kHz}$  et la largeur de sa bande passante doit être  $\Delta f = 20 \text{ kHz}$ .

#### B. Solution n°1 :

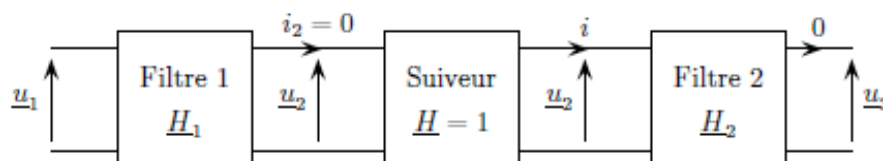
Les deux premiers groupes de TP proposent les montages suivants :



- Déterminer la nature des filtres 1 et 2 représentés ci-dessus. Ces filtres satisfont-ils à la demande de Monsieur K ?

Monsieur K propose alors à ces étudiants de mettre ces filtres en cascade.

On réalise le montage suivant où les deux filtres sont ceux représentés ci-dessus.



- Expliquer quel est l'intérêt d'utiliser un montage suiveur.
- Déterminer, en fonction de  $R$ ,  $C$  et  $\omega$ , la fonction de transfert  $\underline{H}_1(j\omega) = \frac{u_s}{u_e}$  du filtre 1. Montrer

qu'elle peut s'écrire sous la forme :  $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1+jx}$  avec  $x = RC\omega$

4. Déterminer, en fonction de R, C et  $\omega$ , la fonction de transfert  $\underline{H}_2(j\omega) = \frac{u_s}{u_e}$  du filtre 2. Montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme :  $\underline{H}(j\omega) = \frac{jx}{1+jx}$  avec  $x = RC\omega$
5. En déduire que la fonction de transfert global :  $\underline{H}(j\omega) = \frac{u_3}{u_1} = \frac{jx}{1-x^2+j2x}$

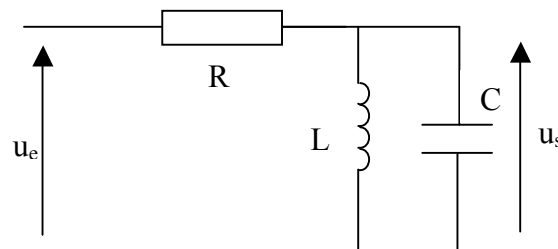
Le diagramme de Bode de ce filtre est représenté en annexe (à rendre avec la copie).

6. Par lecture graphique, déterminer la fréquence propre  $f_0$  de ce filtre ainsi que la largeur de la bande passante. (On fera apparaître les traits de construction)
7. Ce filtre convient-il aux critères de Monsieur K ?

### C. Second circuit :

#### 1. Analyse qualitative :

Un autre groupe d'étudiant à l'imagination débordante propose le montage suivant :



Déterminer sans calcul la nature du filtre.

#### 2. Etude quantitative :

2.1. Déterminer l'expression de la fonction de transfert H de ce filtre.

On pose  $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$  et  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ .

2.2. Montrer que la fonction de transfert s'écrit alors ;  $\underline{H} = \frac{1}{1 + j \cdot Q \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$

2.3. Déterminer l'expression de l'amplification  $G = |\underline{H}|$ .

2.4. Pour quelle valeur particulière de  $\omega$ , appelée pulsation centrale, G est-il maximal ?

2.5. Sachant que Monsieur K ne dispose que d'une bobine d'inductance  $L = 10$  mH, déterminer la valeur de la capacité C que doit choisir monsieur K.

2.6. Rappeler sans calcul, l'expression de la largeur de la bande passante  $\Delta\omega$  en fonction de  $\omega_0$  et Q.

2.7. En déduire la valeur de R que doit utiliser Monsieur K.

**ANNEXE**Nom :Prénom :