Semaine 2 : Programme d'algèbre de TSI1 *sauf Projections-Symétries*

Révision du programme d'Algèbre de première année : Pas d'exercices trop théoriques

1) Espaces et sous-espaces vectoriels, somme directe de 2 sev, sous-espaces supplémentaires, ...
2) Polynômes formels
*(**Attention** division euclidienne, mais pas d'arithmétique des polynômes au programme)*
3) Applications linéaires, noyau et image, ...
4) Espaces vectoriels de dimension finie : théorème de la base incomplète, théorème du rang, formule de Grassmann, caractérisation des isomorphismes en dimension finie, ...
5) Matrices : matrices et systèmes linéaires,
lien entre applications linéaires et matrices, formules de changement de base, ...

Semaine 3 : Intégralité du programme d'algèbre

Révision du programme d'Algèbre de première année

Idem semaine 2 + projections et symétries (cf. ci-dessous)

Compléments d'algèbre linéaire

1) Famille quelconque de vecteurs :
   (a) Définition d'une famille libre, d'une famille génératrice, d'une base en dimension quelconque, Notamment familles de $\mathbb{K}[X]$
   (b) Application linéaire et famille libre, resp. génératrice.
2) Sous-espaces vectoriels
   (a) Définition de la somme de n sous-espaces vectoriels,
   (b) Somme directe : Définition de la somme directe de n sev,
   caractérisation par l'unicité de la décomposition du vecteur nul *(seule caractérisation au programme)*,
   base adaptée à une décomposition en somme directe,
   (c) Hyperplan d'un $\mathbb{K}$-ev de dimension n : définition comme sev de dimension $n-1$, équations,
   caractérisation comme le sev ayant une droite comme supplémentaire
3) Sous-espaces stables - projections et symétries
   (a) Sous-espace stable par un endomorphisme, matrice dans une base adaptée, interprétation d'une forme matricielle par blocs en termes de sous-espaces stables.
   (b) Projection, Projecteur
   Définition d'une projection, éléments caractéristiques ;
   Définition d'un projecteur de E, caractérisation des projecteurs
   $\big($savoir montrer que $E = \operatorname{Ker}(p) \oplus \operatorname{Im}(p)$, $\operatorname{Im}(p) = \operatorname{Ker}(Id_E - p)\big)$.
   (c) Symétrie, Involution linéaire
   Définition d'une symétrie, projection associée, éléments caractéristiques ;
   Définition d'une involution linéaire, caractérisation des involutions linéaires.
4) Compléments sur les matrices
   (a) Trace d'une matrice : Définition,
   la trace est une forme linéaire de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dans $\mathbb{K}$, $\operatorname{Tr}(AB) = \operatorname{Tr}(BA)$,
   Deux matrices semblables ont la même trace, mais la réciproque est fausse.
   (b) Trace d'un endomorphisme
   (c) Transposée d'une matrice : Définition, Notation : A^T,
   Opérations sur les transposées : Combinaison linéaire, produit, inverse.
   Matrice symétrique, antisymétrique

