SEMAINE 4 :

A. Un exercice portant sur les projections, les symétries et/ou sur la trace, la transposée.

B. Suites numériques : rappels de TSI1. (récurrences, sommes et changements d'indice, expressions avec des factorielles et simplification, transformation du produit des termes impairs à l'aide des factorielles, ...)
Intégrales Wallis vues en classe.

C. Séries numériques parties 1), 2)début
Le but est de vérifier que les élèves ont assimilé les définitions et notions fondamentales : lien entre série et suite des sommes partielles, calcul de la somme d'une série convergente, ...
Pas de théorèmes de comparaisons, pas de règle de D'Alembert, ...

SEMAINE 5 : Tout sur les séries numériques.

SUITES ET SÉRIES NUMÉRIQUES

Rappels de TSI1 sur les suites réelles et complexes

1) Définitions : suites convergentes, divergentes, suites majorées, minorées, bornées, suites monotones, suites extraites, suites adjacentes...
2) Limite d'une suite : toute suite convergente est bornée, opérations sur les limites, théorème d'encadrement, théorème de prolongement des inégalités, limite et relation d'ordre, suite extraite d'une suite convergente, théorème de la limite monotone, suites adjacentes, ...
3) Relations de comparaison : suite dominée par, négligeable devant, équivalente à, comparaison des suites de référence, deux suites équivalentes ont le même signe à partir d'un certain rang, ...
4) Extension aux suites complexes : $\mathrm{Re}\,(u_n)\,,\mathrm{Im}\,(u_n)\,,\overline{u_n},|u_n|$, suite bornée, limite et caractérisation avec les parties réelles et imaginaires, opérations sur les limites.

Séries numériques réelles ou complexes

1) Généralités :
   (a) Série convergente, divergente, reste de rang n d'une série convergente, ...
   (b) Le terme général d'une série convergente tend vers 0, mais la condition n'est pas suffisante.
   (c) Somme de deux séries, produit d'une série par un scalaire. Structure d'espace vectoriel des séries convergentes. ***La notion de série produit est hors programme***
   (d) Une suite (u_n) converge ssi la série $\sum(u_{n+1}-u_n)$ converge

   Attention, les séries alternées sont Hors-Programme, l'énoncé doit nous guider
2) Séries à termes réels positifs :
   (a) Séries de référence : séries géométriques, séries de Riemann.

Fin du programme semaine 4

   (b) Une série à termes positifs est convergente $\Leftrightarrow$ la suite des sommes partielles est majorée.
   (c) Théorème de comparaison par majoration-minoration.
   (comparaison des convergences de $\sum u_n$ et $\sum v_n$ dans la cas où $u_n \leqslant v_n$)
   (d) Théorème de comparaison par équivalence.
   (e) Règle de d'Alembert.
3) Séries absolument convergente :
   (a) Définition, inégalité triangulaire.
   (b) Une série absolument convergente est convergente, mais la réciproque est fausse.
   (c) La règle du « $n^\alpha u_n$ »n'étant pas explicitement au programme, il faut la justifier.
4) Théorème de comparaison série-intégrales :
   Si $f : [n_0,+\infty[\to\mathbb{R}$ est une fonction continue, positive et décroissante, alors la série $\sum f(n)$ et l'intégrale $\displaystyle\int_{n_0}^{+\infty} f(t)dt$ sont de même nature (ie converge ssi la suite $\left(\displaystyle\int_{n_0}^{n} f(t)dt\right)$ converge, ou encore ssi $\left(\displaystyle\int_{n_0}^{x} f(t)dt\right)$ a une limite finie lorsque x tend vers $+\infty$) et encadrement du reste par 2 intégrales dans le cas de convergence.

5) Développement décimal d'un réel
   (a) Approximation décimale des réels, développement décimal d'un réel, développement décimal illimité propre d'un réel
   (b) Unicité du développement décimal illimité propre d'un réel
   (c) Caractérisation des rationnels par la périodicité de leur développement décimal à partir d'un certain rang.

