

Travaux dirigés Unités et dimension
Exercice 1 : Conversions élémentaires.

La notice d'un marteau perforateur nous indique les caractéristiques suivantes :
Vitesse angulaire 3000 tours/min. Fréquence de frappe : 45000 impacts/min

Convertir la vitesse angulaire en rad/s et la fréquence de frappe en Hz.

Exercice 2 : Dimension de quelques grandeurs.

On rappelle les relations suivantes :

$$F = m.a \text{ où } m \text{ est une masse et } a \text{ une accélération.}$$

$$P = F.v \text{ où } v \text{ est une vitesse.}$$

$$P = R.I^2 \text{ où } I \text{ est une intensité électrique.}$$

Déterminer, en fonction des dimensions fondamentales, les dimensions des grandeurs suivantes :

Une force F

Une puissance P

Une résistance R .

Exercice 3 : Energie d'un solide

1. En utilisant l'expression de l'énergie cinétique d'un point, retrouver la dimension d'une énergie à l'aide des dimensions fondamentales.
2. L'énergie cinétique d'un solide en rotation est donnée par $E = \frac{1}{2} J\omega^2$ où ω désigne la vitesse de rotation du solide en $rad.s^{-1}$ et J est le moment d'inertie. En déduire la dimension du moment d'inertie J ?
3. Un élève propose pour formule du moment d'inertie d'une sphère $J = mR$ avec m la masse du solide et R son rayon. Est-ce possible ? Si non, proposer une expression possible.

Exercice 4 : Homogénéité d'une expression *

En analysant les dimensions, vérifier si les expressions suivantes sont homogènes. Si non, précisez où pourrait se situer l'erreur et proposer une correction. (On pourra s'aider des exercices précédents)

1. $x = \frac{(l^2 - d)}{d}$ où les trois grandeurs x , l et d sont des distances. (Indice en bas de page ¹)
2. $x = x_0 \exp(-t.\tau)$ où t et τ sont des temps et x et x_0 sont des longueurs. (Indice en bas de page ²)
3. $\frac{1}{2}mv^2 = F.L$ où m est une masse, v une vitesse, F une force et L une longueur.
4. $v = \sqrt{g.L} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$ où L est une longueur, v une vitesse, g une accélération, t un temps et ω une pulsation.

¹ Indice : Pour sommer et/ou égaliser deux grandeurs, elles doivent avoir la même dimension.

² Indice : Les fonctions mathématiques opèrent sur des nombres sans dimension.

Exercice 5 : Frottements mécaniques *

Une bille de rayon R se déplaçant à la vitesse v dans un fluide visqueux subit une force de frottement (dite de Stokes) F telle que $F = 6\pi\eta Rv$ où η est la viscosité du fluide.

1. Déterminer la dimension de η .
2. Si on lâche la bille dans une colonne de fluide visqueux, sa vitesse vérifie l'équation suivante :
$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = g$$
 où g est l'accélération de la pesanteur et dv/dt représente la dérivée de v par rapport au temps. Déterminer la dimension de τ . (Indice en bas de page³)

Exercice 6 : Recherche d'une formule inconnue ***1. Période d'un pendule*

L'expérience montre que la période d'un pendule ne dépend que de la longueur L , et de l'accélération de la pesanteur g .

Par une analyse dimensionnelle, déterminer une expression possible de la période T_0 des oscillations libres du pendule.

2. Hauteur d'un tir

Un jongleur lance verticalement une balle de masse m avec une vitesse initiale v dans le champ de pesanteur g .

Par une analyse dimensionnelle, déterminer une expression possible de la hauteur h atteinte par la balle.

QCM d'entraînement :

³ Indice : Si $a + b = c$, alors a , b et c ont la même dimension.