

## SEMAINE 6

Prévoir un exercice sur les probabilités de TSI1 et un exercice de révision (programmes des semaines 1 à 5).

Merci de veiller à ce que les élèves abordent les deux exercices proposés en répartissant leur temps de passage sur chacun d'eux de façon équilibrée.

### Rappels de Probabilités de TSI1

- 1) Probabilités
  - ★ Définition d'une expérience aléatoire, d'un événement, événements incompatibles, système complet d'événements, d'une probabilité sur un univers  $\Omega$
  - ★ Probabilité conditionnelle, Formules des probabilités composées, des probabilités totales, de Bayes,
  - ★ Indépendance de 2 événements, indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements.
- 2) Variables Aléatoires
  - ★ Définition d'une variable aléatoire,
  - ★ loi d'une variable aléatoire, fonction de répartition
- 3) Espérance, variance, Écart type
  - ★ Définition de l'espérance d'une variable aléatoire,
  - ★ Théorème de transfert, linéarité, positivité
  - ★ Définition de la variance, de l'écart type d'une variable aléatoire,
  - ★ Formule de Kœnig-Huygens, Inégalité de Bienaymé-Tchebychev
  - ★ Variable aléatoire centrée réduite associée à une variable aléatoire
- 4) Lois usuelles
  - ★ Loi certaine, loi uniforme
  - ★ Loi de Bernoulli de paramètre  $p \in [0, 1]$ , notée  $\mathcal{B}(p)$
  - ★ Loi binomiale de paramètres  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $p \in [0, 1]$ , notée  $\mathcal{B}(n, p)$
  - ★ Espérance et variance associées à ces lois

## SEMAINE 7

Rappels de Probabilités de TSI1 +

### Compléments sur les variables aléatoires réelles finies

- 1) Couple de variables aléatoires
  - (a) Couple de variables aléatoires : loi conjointe, lois marginales
  - (b) Loi conditionnelle de  $Y$  sachant  $(X = x)$
  - (c) Extension aux  $n$ -uplets de variables aléatoires
- 2) Variables aléatoires indépendantes
  - (a) Couple de variables aléatoires indépendantes
  - (b) Pour 2 variables aléatoires indépendantes  $X$  et  $Y$ ,
    - ★  $\mathbb{P}((X, Y) \in A \times B) = \mathbb{P}(X \in A)\mathbb{P}(Y \in B)$
    - ★  $f(X)$  et  $g(Y)$  sont indépendantes
  - (c) Variables aléatoires mutuellement indépendantes
    - ★ Définition, généralisation des résultats précédents
    - ★ Si  $X_1, \dots, X_n$  sont  $n$  variables aléatoires indépendantes de loi  $\mathcal{B}(p)$ , alors  $\sum_{k=1}^n X_k$  suit la loi  $\mathcal{B}(n, p)$
- 3) Covariance, Coefficient de corrélation linéaire
  - (a) Covariance d'un couple de variables aléatoires ( $Cov(X, Y)$ ), coefficient de corrélation linéaire ( $\rho(X, Y)$ )
  - (b)  $\mathbb{V}(aX + bY)$ , inégalité  $|\rho(X, Y)| \leq 1$
  - (c) Caractérisation des égalités  $\rho(X, Y) = 0$  et  $\rho(X, Y) = \pm 1$
  - (d) Pour 2 variables aléatoires indépendantes  $X$  et  $Y$ ,  
 $\mathbb{E}(XY) = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$ ,  $Cov(X, Y) = 0$  et  $\mathbb{V}(X + Y) = \mathbb{V}(X) + \mathbb{V}(Y)$