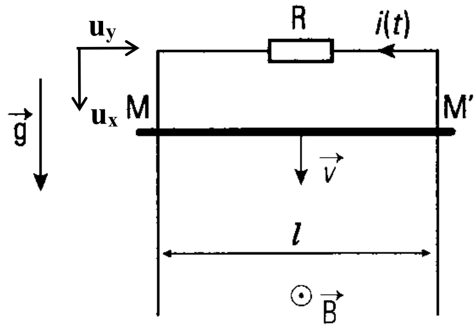
Travaux dirigés d'induction n°3

Exercice 1 : Rails de Laplace verticaux.



Sur deux rails conducteurs fixes, constitués de deux tiges verticales et parallèles distantes de *l*, glisse sans frottement une tige horizontale MM', de masse m, grâce à deux contacts glissants M et M'. On considère que l'axe Ox du repère est parallèle aux tiges verticales et l'axe Oy est parallèle à la tige MM'.
On négligera les résistances de la tige MM' et des rails, ainsi que le champ propre produit par les courants induits.

On produit un champ magnétique extérieur $\vec{B}$ uniforme et permanent, normal au plan du circuit formé par la tige MM' et les rails et dirigé suivant $\overrightarrow{u_z}$

On note $\vec{g} = g\overrightarrow{u_x}$ l'accélération de la pesanteur.

Les extrémités supérieures des rails sont reliées à un résistor de résistance R. La tige MM' est abandonnée sans vitesse à l'instant t=0.

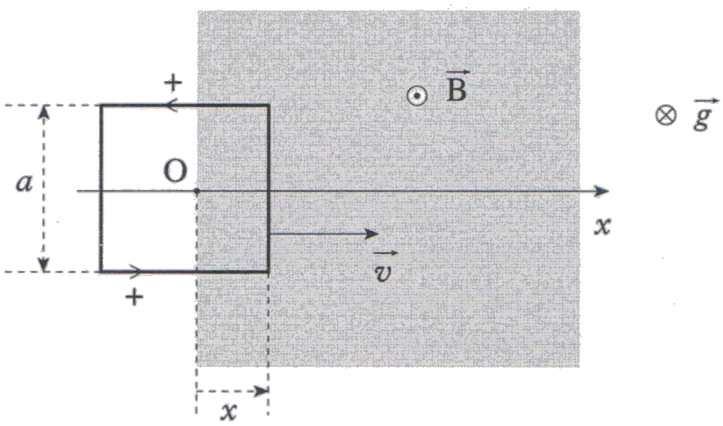
1. Décrire qualitativement les différents phénomènes mis en jeu.

On note v(t) la norme de la vitesse de la tige et i(t) l'intensité du courant dans le circuit à l'instant t.

2. Déterminer la force électromotrice e induite dans la tige MM'.
3. En déduire l'équation électrique du montage.
4. Etablir l'équation mécanique du système.
5. En déduire l'équation différentielle en v(t).
6. Montrer que v tend vers une valeur limite que l'on précisera. En déduire l'expression de i_{limite}.
7. Déterminer la puissance des forces de Laplace et l'exprimer en fonction de i(t). Conclure sur la conversion électromagnétique.

Exercice 2 : Cadre mobile dans un champ magnétique uniforme

On considère une spire conductrice carrée, de côté a, de résistance R, d'inductance négligeable et de masse m, pouvant se déplacer sans frottement sur un plan horizontal suivant un axe Ox.
Dans la portion de l'espace indiquée en grisé sur la figure règne un champ magnétique uniforme, dirigé vers le haut.

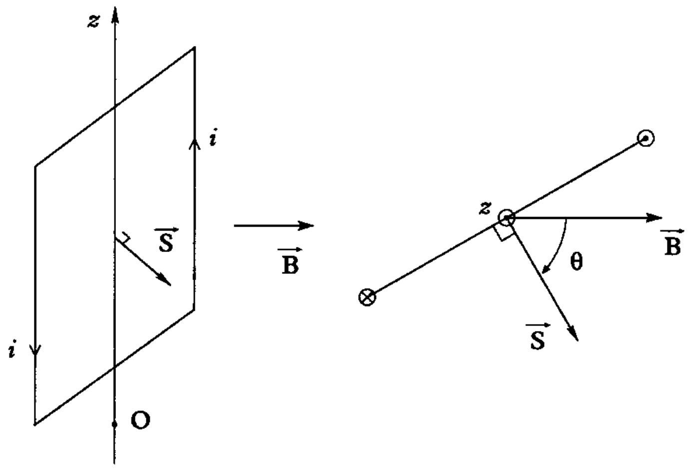


Si x < 0, la spire est complètement en dehors du champ magnétique ; elle y est complètement immergée si x > a. Pour x < 0, la vitesse de la spire est $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{e_x}$.

1. Expliquer qualitativement le phénomène qui se produira au moment où la spire « entre » dans le champ magnétique.
2. Déterminer l'expression de la fem induite ainsi que l'intensité du courant induit dans la spire pour $0 < x < a$.
3. En déduire l'expression de la force de Laplace s'exerçant sur la spire.
4. Etablir l'équation différentielle dont la vitesse v(t) de la spire est solution.
5. Déterminer l'expression de v(t). Comment évolue la vitesse ?
6. Quel est le mouvement de la spire quand elle est complètement immergée dans le champ magnétique ?

Exercice 3 : Freinage par induction

On considère une spire conductrice de surface S, de résistance R et d'inductance propre négligeable, mobile en rotation sans frottement autour d'un axe Oz. Cette spire est de plus plongée dans un champ magnétique **B** uniforme, stationnaire et perpendiculaire à l'axe de rotation. On note J son moment d'inertie par rapport à Oz. A t=0, l'angle $\theta = \left(\vec{B},\vec{S}\right)$ entre le champ magnétique et le vecteur surface de la spire est nul et la vitesse de rotation a la valeur ω_0.



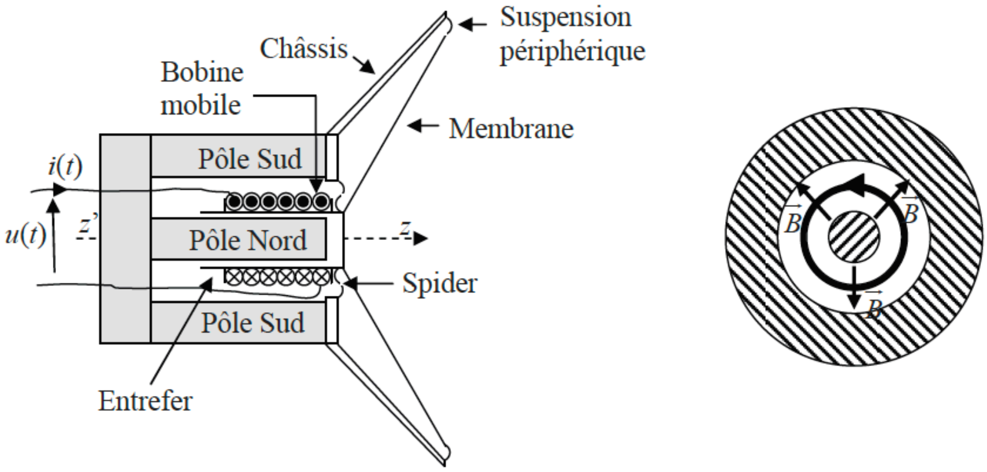
1. Rappeler la relation existant entre la vitesse de rotation ω et l'angle θ.
2. Déterminer la fem induite dans la spire en fonction de B, S et ω et en déduire l'intensité du courant induit.
3. Déterminer le moment Γ_L du couple des forces de Laplace s'exerçant sur la spire par rapport à l'axe Oz.
4. On suppose que ω varie peu sur un tour. En déduire le moment moyen sur un tour en fonction de B, S, R et ω. Dans la suite de l'exercice on considèrera cette valeur moyenne et non la valeur instantanée du moment.
5. Déterminer l'équation du mouvement en utilisant le TMC. On pourra poser $\tau = \dfrac{2RJ}{(BS)^2}$. En déduire l'expression de ω(t) en fonction de ω_0 et τ.

Exercice 4 : Haut-parleur électrodynamique*

Un haut-parleur électrodynamique (modélisé ci-dessous) est constitué d'un aimant permanent particulier, générant un champ magnétique *B* radial et uniforme dans l'entrefer.

La membrane du haut-parleur est liée à une bobine de résistance *R* et d'inductance *L*. La liaison avec le châssis est assurée, près du centre, par le spider, pièce de toile rigidifiée par du plastique jouant le rôle d'un ressort. Le mouvement de la bobine est guidé parallèlement à l'axe *zz'*.

On applique aux bornes de la bobine une tension variable : $u(t) = u_0\cos(\omega t)$. La bobine est alors traversée par un courant d'intensité $i(t)$ et la membrane se déplace avec la vitesse $v(t)$.



On admet que la résultante des forces de Laplace s'appliquant sur la bobine s'écrit :

$$\vec{F}_L = -i(t)lB\vec{u}_z$$

Où l représente la longueur totale du bobinage de la bobine.

Le principe fondamental de la dynamique appliqué à la membrane donne la relation suivante :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -i(t)lB\vec{u}_z - kz(t)\vec{u}_z - \lambda\vec{v}$$

1. Interpréter les différents termes de cette relation.
2. En déduire, en notation complexe, une relation liant $\underline{i}(t)$ et $\underline{z}(t)$.
3. Exprimer la puissance P_L de la force de Laplace en fonction de B, l, $i(t)$ et v. En utilisant la relation de couplage électromécanique, déterminer l'expression de la force électromotrice d'induction e.
4. Représenter le circuit électrique équivalent au haut-parleur. En déduire l'équation électrique.
5. Montrer qu'en notation complexe, on a la relation :

$$\underline{u}(t) = (R + jL\omega)\underline{i}(t) - Bl\underline{v}(t)$$

6. Exprimer l'impédance d'entrée du haut-parleur : $\underline{Z} = \frac{\underline{u}(t)}{\underline{i}(t)}$. Montrer qu'elle s'interprète comme la mise en série de deux impédances : une impédance électrique $\underline{Z_e}$ et une impédance dite « motionnelle » $\underline{Z_m}$ qui ne dépend que des caractéristiques mécaniques du système.

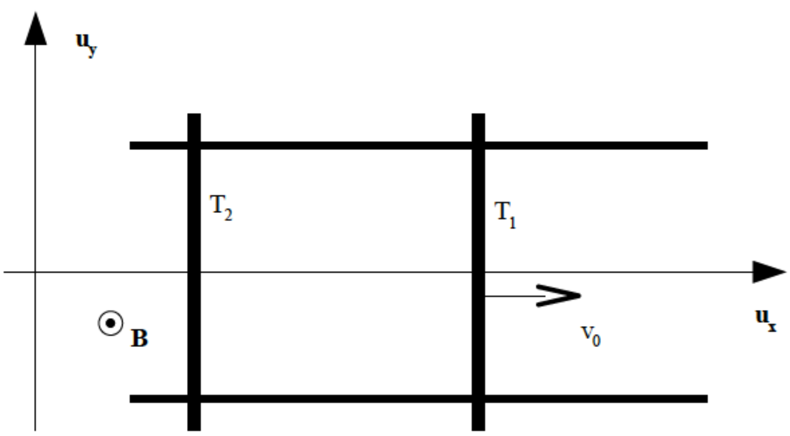
Exercice 5 : Rails de Laplace avec 2 tiges*

Deux tiges T_1 et T_2 identiques (masse m et résistance R) sont mobiles sans frottement sur deux rails parallèles distants de a situés dans un plan horizontal.

L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme et vertical

On repère T_1 par sa position x_1 et T_2 par sa position x_2.

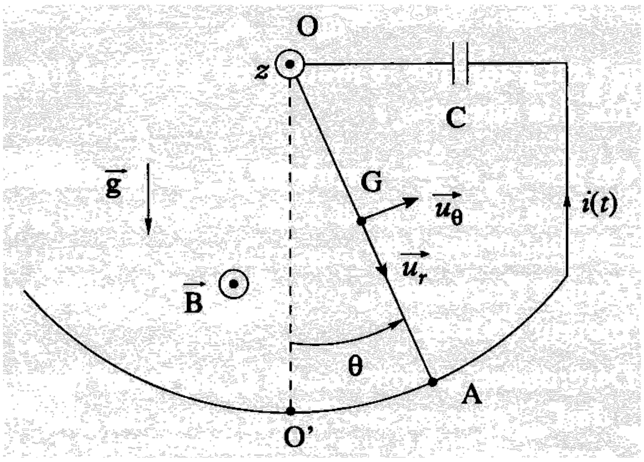
On met en mouvement la tige T_1 avec une vitesse constante $\vec{v_0} = v_0\vec{e_x}$. On néglige les phénomènes d'autoinduction.



1. Expliquer qualitativement l'évolution du système.
2. Déterminer la fem induite en fonction de B, a, $v_2(t)$ et v_0.
3. Ecrire les équations mécaniques et électriques régissant la tige T_2.
4. En déduire l'expression de $v_2(t)$, la vitesse de la tige 2. Interpréter.

Exercice 6 : Pendule soumis à une force de Laplace**

Une tige métallique homogène OA, de masse m et de longueur l, peut tourner autour d'un axe horizontal Oz. La liaison au niveau de son extrémité fixe O est considérée comme parfaite.
L'extrémité mobile A glisse sans frottement sur un profil circulaire, de sorte qu'à chaque instant l'ensemble tige-profil circulaire assure la fermeture d'un circuit électrique constitué d'un condensateur de capacité C, de la tige OA et de fils électriques.
L'ensemble est placé dans un champ magnétique uniforme et contant : $\vec{B} = B\overrightarrow{u_x}$ dirigé suivant l'axe de rotation Oz.



1. Justifier qualitativement l'apparition du courant i(t). Expliquer le fonctionnement du système.
2. Déterminer, dans la base locale $\left(\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta}\right)$ l'expression de la force de Laplace $\overrightarrow{F_L}$ s'exerçant sur la tige mobile. Quel est son point d'application ?
3. Déterminer la puissance P_L de la force de Laplace en fonction de C, B, l, $\dot{\theta}$ et i(t).
4. En utilisant la relation de couplage électromécanique, déterminer la force électromotrice d'induction e qui apparaît dans le circuit.
5. On néglige les chutes de tension dans les parties résistives du circuit ainsi que tout phénomène d'autoinduction. Représenter le schéma électrique équivalent et montrer que l'intensité i(t) du courant dans le circuit s'écrit $i(t) = \frac{CBl^2}{2}\ddot{\theta}$
6. Le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe Oz est $J_{Oz} = \frac{1}{3}ml^2$. En utilisant le TMC, déterminer l'équation du mouvement de la tige.
7. En déduire que la pulsation des petites oscillations de la tige s'écrit : $\omega_0 = \sqrt{\frac{mg}{\frac{2}{3}ml + \frac{1}{2}CB^2l^3}}$