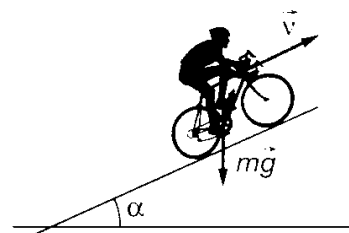


## Travaux dirigés de Mécanique n°3

*Application directe du cours*

### Exercice 1 : Puissance d'une force

Un cycliste, de masse  $m = 100$  kg avec bicyclette incluse, effectue l'ascension du Mont Ventoux. Il roule à la vitesse constante  $v = 10,5$  km/h sur une pente inclinée de 7 % (C'est-à-dire :  $\tan \alpha = \frac{7}{100}$ )



1. Déterminer l'expression de la puissance  $P$  du poids en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $v$  et  $\alpha$  ?
2. Effectuer l'application numérique.
3. Un cycliste peut-il, grâce à un vélo et une génératrice, recharger un téléphone portable ? un ordinateur ? faire fonctionner un grille-pain ?  
(Eléments de réponse dans la vidéo à regarder via le QR code)



*Application des théorèmes énergétiques*

### Exercice 2 : Tir vertical

Un objet est lancé depuis le sol, selon la verticale ascendante avec une vitesse initiale  $V_0 = 10$  m.s<sup>-1</sup>. Quelle altitude maximale  $H$  va-t-il atteindre ? On utilisera le théorème de l'énergie cinétique on négligera les frottements.

**Application :** Déterminer la vitesse initiale que vous êtes capable de générer lors d'un saut à la verticale sans élan.

### Exercice 3 : Les TSI font du Ski

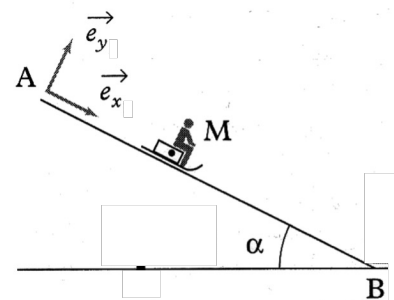
Un étudiant de TSI, assimilé à un point matériel  $M$  de masse  $m$ , descend une piste de ski faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale. Il est initialement situé immobile en A puis glisse jusqu'en B sur une distance  $L$ .

Le skieur de masse  $m$  est évidemment soumis à son poids mais également aux frottements solides.

On note  $\vec{T}$  et  $\vec{N}$  les composantes tangentielle et normale de la force exercée par la piste, et  $f$  le coefficient de frottement solide tel que  $\|\vec{T}\| = f \|\vec{N}\|$ .

On note (Ox) l'axe parallèle au plan incliné et (Oy) l'axe perpendiculaire au plan.

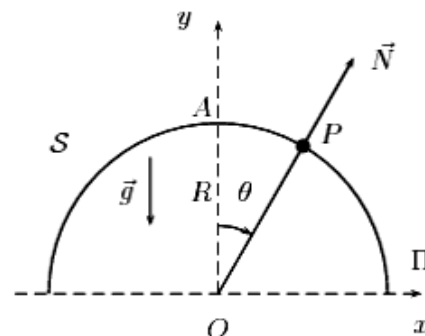
Pour les applications numériques, on choisira :  $\alpha = 25^\circ$  (piste bleue),  $L = 50$  m et  $f = 0,10$ .



1. En appliquant le PFD, déterminer l'expression de  $N = \|\vec{N}\|$ . En déduire celle de  $T = \|\vec{T}\|$
2. Déterminer le travail entre A et B de  $\vec{P}$ ,  $\vec{N}$  et  $\vec{T}$  en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $f$ ,  $L$  et  $\alpha$ .
3. A l'aide d'un théorème énergétique, déterminer l'expression de la vitesse du skieur au point B. (on suppose que sa vitesse initiale en A est nulle).
4. Effectuer l'application numérique.

### Exercice 4 : Happy feet

Un pingouin  $P$  assimilable à un point matériel de masse  $m$  est abandonné sans vitesse initiale en équilibre instable au sommet  $A$  d'un igloo (demi-sphère  $S$  de rayon  $R$  et de centre  $O$ ) posée sur la banquise (plan  $\Pi$ ). Le contact de  $S$  et de  $P$  est sans frottement. A la suite d'un déséquilibre infinitésimal, le pingouin  $P$  se met en mouvement en restant dans le plan vertical  $Oxy$ . On admet que, dans la phase (1) de son mouvement,  $P$  reste en contact avec  $S$ . Sa position est repérée par l'angle  $\theta = (\overline{OA}, \overline{OP})$ .

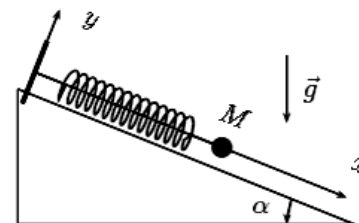


- Déterminer la vitesse du pingouin  $P$  en fonction de  $\theta$ ,  $g$  et  $R$ .
- Exprimer la projection de  $\vec{N}$  sur  $OP$  en fonction de  $m$ ,  $\theta$  et  $g$ .
- En déduire la valeur  $\theta_0$  de  $\theta$  pour laquelle le pingouin  $P$  n'est plus en contact avec l'igloo (phase (2) du mouvement de  $P$ ) et  $v_0$  la vitesse de  $P$ .
- Décrire l'allure de la trajectoire ultérieure du pingouin  $P$ .

*Mouvement conservatif*

### Exercice 5 : Masse liée à un ressort sur un plan incliné

On considère un ressort de longueur à vide  $l_0$  et de raideur  $k$ , dont les extrémités sont reliées à un point fixe  $O$  et un point matériel  $M$  de masse  $m$ . On suppose qu'il n'existe pas de frottement de glissement sur le plan incliné. Soit un axe  $Ox$  sur le plan incliné (voir figure). On prendra  $O$  comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur.

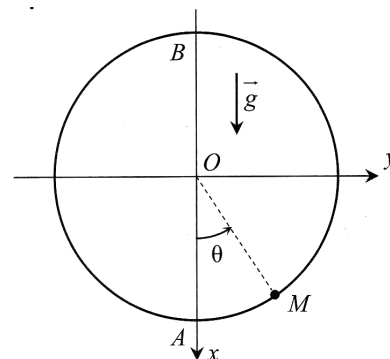


On donne  $m=0,2\text{kg}$ ,  $l_0=30\text{cm}$ ,  $k=10\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ ,  $g=10\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$  et  $\alpha=30^\circ$ .

- Déterminer l'expression de l'énergie potentielle totale  $E_p$  de  $M$  en fonction des données et de  $x$  puis représenter la courbe de  $E_p$  en fonction de  $x$ .
- En déduire l'expression de la position d'équilibre  $x_{eq}$  de  $M$ .
- Montrer que l'énergie mécanique de  $M$  est constante.
- On lâche  $M$  en  $x = 20\text{ cm}$  avec une vitesse vers le bas de  $1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ . En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, déterminer l'amplitude du mouvement de  $M$  ?
- Etablir l'équation différentielle du mouvement de  $M$ . En déduire la période des oscillations.

### Exercice 6 : Equilibre et mouvement sur un cercle.

Un anneau de masse  $m$ , assimilable à un point matériel  $M$ , peut coulisser sans frottement sur un cerceau vertical de rayon  $r$ . L'anneau est lancé à l'instant initial avec une vitesse de norme  $v_0$  depuis le point  $A$ , le plus bas du cerceau. On repère sa position par l'angle  $\theta$ .

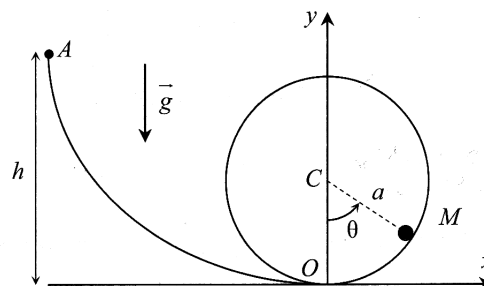


- Etablir l'expression de l'énergie potentielle de  $M$  en fonction de  $\theta$ . (On choisira l'origine de l'énergie potentielle en  $x = 0$ )
- Tracer la courbe  $E_p(\theta)$  et déterminer les positions d'équilibre de  $M$ .
- On cherche à déterminer le mouvement de  $M$  selon la vitesse initiale.
  - Montrer que l'énergie mécanique de  $M$  se conserve et donner son expression en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $r$  et  $v_0$ .
  - En déduire, à partir d'un raisonnement graphique, qu'il y a deux types de mouvement possibles en fonction de la valeur de  $v_0$ . Préciser la valeur critique de  $v_0$  séparant ces deux cas.
- Déterminer l'équation différentielle du mouvement de  $M$ .

Pour aller plus loin

### Exercice 7 : Cascade périlleuse \*\*

Un adapte du roller, assimilé à un point M de masse m, se lâche sans vitesse initiale depuis le point A d'une rampe, située à une hauteur h au dessus de O, point le plus bas de la rampe. A partir de O, la rampe a une forme cylindrique de rayon a : le patineur peut rouler à l'intérieur de ce cylindre en restant dans le plan vertical (Oxy), et éventuellement faire le tour complet. Le contact est sans frottement sur toutes les surfaces. On note  $\vec{g} = -g\vec{e}_y$  l'accélération de la pesanteur, et on désigne par  $\vec{e}_r = \overrightarrow{CM}/CM$  le vecteur unitaire radial par rapport au cercle.



- Déterminer la norme  $v_O$  de la vitesse du patineur lorsqu'il arrive au point O.
- Déterminer la norme  $v$  de la vitesse du patineur en un point M du cercle, repéré par l'angle  $\theta$ .
- Montrer que la réaction exercée par le support cylindrique sur le patineur s'exprime sous la forme :

$$\vec{R} = -mg \left( \frac{2h}{a} + 3\cos\theta - 2 \right) \vec{e}_r$$

- Que se passe-t-il si, en un point du cylindre,  $v$  s'annule avec  $R$  non nulle ? (Répondre sans calcul).
- Que se passe-t-il si c'est la réaction  $R$  qui s'annule avec  $v$  non nulle ? (Répondre sans calcul).
- En déduire l'expression de la hauteur minimale  $h$  pour que le rolliste puisse faire un tour complet.

#### Capacités exigibles :

- Les définitions de la **puissance et du travail** d'une force.
- Reconnaître le caractère moteur ou résistant d'une force.
- **Théorème de l'énergie cinétique et théorème de la puissance cinétique dans un référentiel galiléen**
  - o Utiliser la loi appropriée en fonction du contexte.
- **Energie potentielle. Energie mécanique.**
  - o Distinguer force conservative et force non conservative.
  - o Etablir et citer les expressions des énergies potentielles de pesanteur (champ uniforme) et de l'énergie potentielle élastique
- **Mouvement conservatif :**
  - o Identifier les cas de conservation de l'énergie mécanique. Utiliser les conditions initiales.
  - o Déduire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement qualitatif d'un système : trajectoire bornée ou non, mouvement périodique, positions de vitesse nulle.
  - o Identifier une barrière et un puits de potentiel.
  - o Déduire d'un graphe d'énergie potentielle l'existence de positions d'équilibre et la nature stable ou instable de ces positions.
  - o Réaliser le bilan énergétique d'un oscillateur mécanique en absence, puis en présence de frottement en régime libre.

#### QCM d'entraînement :

