

## NOTIONS AU PROGRAMME

### Révision du programme d'Algèbre linéaire de première année

- 1) Espaces et sous-espaces vectoriels, somme directe de 2 sev, sous-espaces supplémentaires, ...
- 2) Polynômes formels  
(**Attention** *division euclidienne, mais pas d'arithmétique des polynômes au programme*)
- 3) Applications linéaires, noyau et image, ... (*éviter les exercices trop théoriques sur le noyau et l'image*)  
Les applications linéaires pourront être définies sur l'espace des polynômes, des matrices, des fonctions, ...  
**Les projections, symétries ne sont pas une priorité pour cette semaine, ou alors guider les étudiants**
- 4) Espaces vectoriels de dimension finie : théorème de la base incomplète, théorème du rang, formule de Grassmann, ...  
Théorème de caractérisation des isomorphismes en dimension finie :  
 $E, F$  deux  $\mathbb{K}$ -ev de dimension finie,  $f \in \mathcal{L}(E, F)$ .
  - 1) Si  $f$  est un isomorphisme, alors  $\dim(E) = \dim(F)$ .
  - 2) Si  $\dim(E) = \dim(F)$ , alors  $f$  injective ssi  $f$  bijective ssi  $f$  surjective
- 5) Matrices : matrices et systèmes linéaires,  
lien entre applications linéaires et matrices, formule de changement de base (matrices semblables), ... (*la notion de matrices équivalentes est hors programme*)  
Formule du binôme de Newton, calcul des puissances d'une matrice en passant par une matrice semblable plus adaptée au calcul, ...

### QUESTION DE COURS sur 5 points :

*Chaque étudiant traite une des questions de cours suivantes*

- 1) Définition, puis caractérisation de deux sous-espaces vectoriels supplémentaires + Formule du binôme de Newton pour les matrices de  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$
- 2) Définition et propriétés du noyau et de l'image d'une application linéaire (*pour info : sev, lien image et surjectivité, noyau et injectivité*)
- 3) Théorème de la base incomplète + Théorème du rang
- 4) Définition d'un sous-espace vectoriel d'un  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel, définition de la somme  $F + G$  des sev  $F$  et  $G$  + Formule de Grassmann
- 5) Théorème de la caractérisation des isomorphismes en dimension finie + inverse d'un produit de deux matrices inversibles