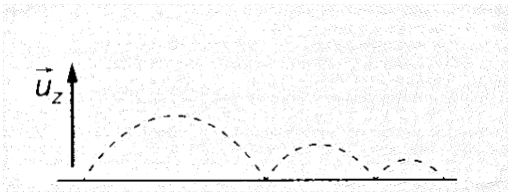
Travaux dirigés de Mécanique n°1

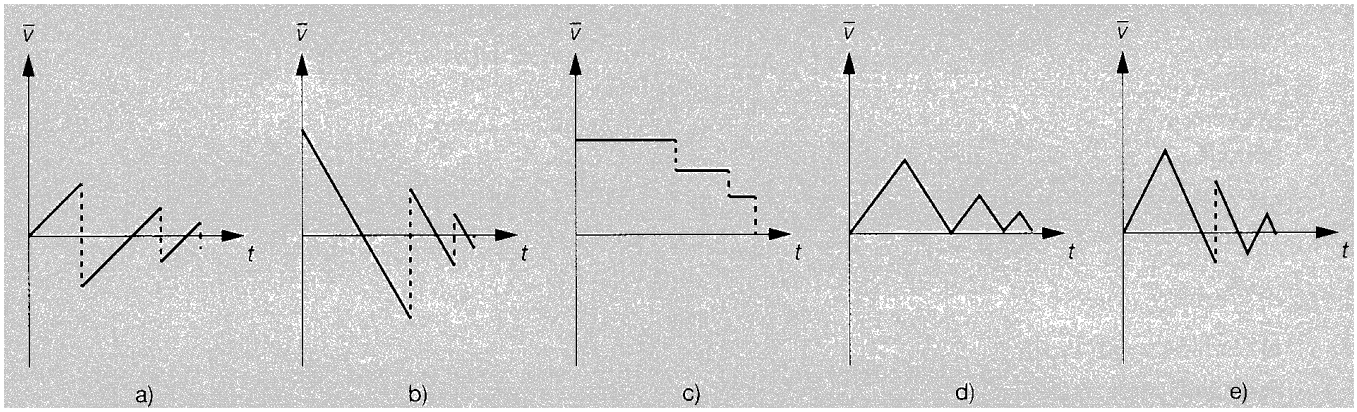
Prise de connaissance avec la cinématique.

Exercice 1 : Coupe du monde



Un footballeur shoote dans un ballon de telle manière que celui-ci suive la trajectoire ci-contre.

1. Quelle courbe ci-dessous correspond le mieux à l'évolution de $\bar{v} = v_z$ (composante verticale de la vitesse) au cours du temps ?
2. Quelle courbe ci-dessous correspond le mieux à l'évolution de $\bar{v} = v_x$ (composante horizontale de la vitesse) au cours du temps ?



Exercice 2 : Questions de bon sens.

Répondre aux questions suivantes à l'aide d'un schéma, d'exemples ou de considérations physiques. Aucun calcul ne doit apparaître.

1. Une balle est lancée vers le haut. Au point le plus haut de sa trajectoire :
   a. Que vaut sa vitesse ?
   b. Le vecteur accélération est-il dirigé vers le haut ? Vers le bas ?
2. A un instant donné, un mobile peut-il avoir un vecteur accélération nul et un vecteur vitesse non nul ?
3. A un instant donné, un mobile peut-il avoir un vecteur vitesse nul et un vecteur accélération non nul ?
4. Si le vecteur accélération d'un mobile est constant, son vecteur vitesse est-il toujours orienté dans la même direction ?

Exercice 3 : Eléments cinématiques

1. On considère un point M en mouvement dont les coordonnées cartésiennes sont, à chaque instant :

$$x(t) = a_0 t^2 + x_0 \; ; \; y(t) = -vt \; ; z(t) = z_0$$

avec

$$x_0 = 1 \text{ m} \; ; \; v = 3 \text{ m.s}^{-1} \; ; \; a_0 = 2 \text{ m.s}^{-2}$$

   a. Déterminer les composantes des vecteurs vitesse et accélération dans la base cartésienne.
   b. Calculer la norme de la vitesse de M à la date $t = 2$ s.
   c. Calculer la norme de l'accélération de M à la date $t = 1$ s.

2. On considère un point M en mouvement dont les coordonnées cylindriques sont, à chaque instant :

$$r(t) = R\ ;\ \theta(t) = \omega t\ ;\ z(t) = v_0 t$$

où R, v_0 et ω sont des constantes.

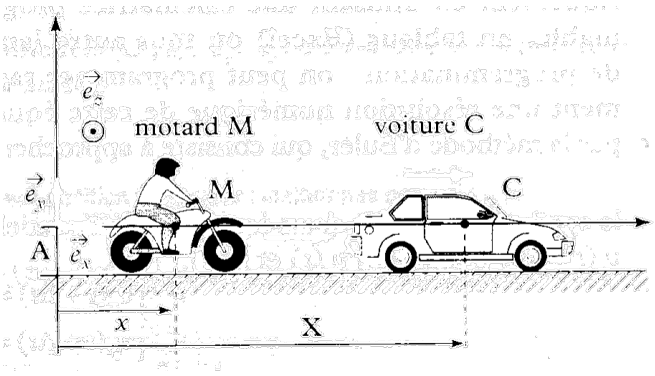
   a. Déterminer les composantes des vecteurs vitesse et accélération dans la base cylindrique.
   b. Quelle est la direction du vecteur accélération ? Commenter.
   c. Donner l'allure de la trajectoire, appelée hélice.

Mouvements rectilignes.

Exercice 4 : Course poursuite

Une voiture C, repérée par l'abscisse $X(t)$, roule à la vitesse constante $v_0 = 90\ km.h^{-1}$ sur une route horizontale et droite.
Un motard M, repéré par l'abscisse $x(t)$, qui démarre à $t = 0$ au moment où la voiture passe à sa hauteur (au point A), accélère uniformément ; il atteint $v_0 = 90\ km.h^{-1}$ au bout de $t_0 = 10$ s.

1. Déterminer l'expression de $x(t)$ et $X(t)$ en fonction de v_0 et t_0.
2. Quel temps T faudra-t-il au motard pour rattraper la voiture ?
3. Quelle sera alors la distance d parcourue ?
4. Quelle sera la vitesse v_1 acquise par le motard à l'instant T ?



Exercice 5 : Calcul de décélération

Une voiture roule à la vitesse $v_0 = 50\ km.h^{-1}$. Elle freine brusquement jusqu'à l'arrêt total sur une distance $d = 15$ m. En supposant l'accélération uniforme, donner sa valeur a_0 et la comparer à l'accélération de la pesanteur $g \approx 10\ m.s^{-2}$.

Mouvements en coordonnées polaires.

Exercice 6 : Trajectoires et manège

Un enfant se déplace sur un manège en rotation. Vue d'un hélicoptère, sa position est donnée par les coordonnées polaires :

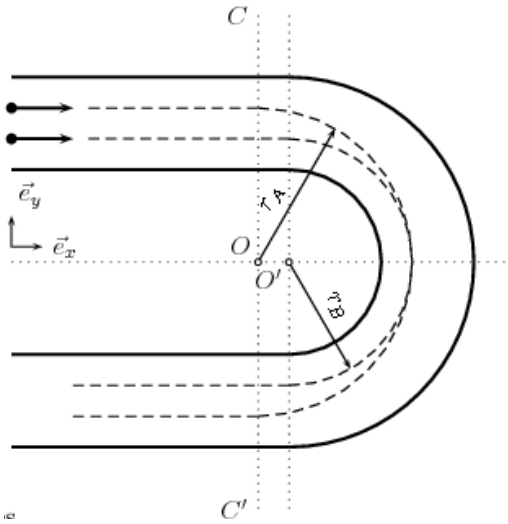
$$r(t) = v_0 t\ ;\ \theta(t) = \omega t$$

où v_0 et ω sont des constantes.

1. Donner les unités de v_0 et ω dans le système international.
2. Quelle est l'allure de la trajectoire dans le référentiel terrestre ?
3. Déterminer la vitesse de l'enfant en coordonnées polaires.
4. Déterminer l'accélération de l'enfant en coordonnées polaires.
5. Quelle est la trajectoire de l'enfant dans le référentiel du manège si celui-ci tourne à la vitesse angulaire ω ?

Exercice 7 : Ultime combat*

Messieurs G et D s'affrontent lors d'une course de Karting.
Leurs positions respectives sont repérées par les points (A) et (B). Ils arrivent en ligne droite, coupent l'axe CC' au même instant et prennent le virage de deux manières différentes :



Monsieur G (point A) suit une trajectoire circulaire de centre O et de rayon $\boldsymbol{r_A = 90\ \mathrm{m}}$.
Monsieur D (point B) prend l'intérieur et suit une trajectoire circulaire de centre O' et de rayon $\boldsymbol{r_B = 75\ \mathrm{m}}$.

On appelle $\mathcal{R}$ le référentiel $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Le but de l'exercice est de déterminer laquelle des deux héros sortira en premier du virage en coupant à nouveau l'axe CC' gagnant ainsi la course.

1. Déterminer puis calculer les longueurs L_A et L_B des trajectoires des deux kartings à partir de l'axe CC'. Peut-on conclure ?
2. On suppose que les deux kartings roulent à des vitesses v_A et v_B constantes pendant tout le virage. Déterminer ces vitesses pour que dans le virage, les accélérations des 2 kartings restent inférieures à $\boldsymbol{0,8\,g}$ avec $\boldsymbol{g = 9,81\ \mathrm{m.s^{-2}}}$ l'accélération de la pesanteur (au delà de cette limite, les kartings et leurs conducteurs dérapent et finissent leur course dans le bac à gravier ou dans les pneus).
3. Conclure. Qui est le gagnant ?

Capacités exigibles :

- Les définitions relatives au mouvement (référentiel, trajectoire, position, vitesse, accélération…).
- Système de coordonnées :
- Choisir un système de coordonnées adapté au problème posé.
- Définir les bases cartésiennes, cylindriques, polaires.
- Les relations entre les vecteurs unitaires
- Utiliser les expressions des composantes du vecteur-position, du vecteur vitesse et du vecteur accélération.
- Calculer les composantes d'une vitesse ou d'une accélération à partir des équations horaires.
- Mouvement rectiligne à accélération constante :
- Exprimer la vitesse et la position en fonction du temps
- Mouvement courbe de vecteur accélération constant :
- Prévoir qualitativement les mouvements projetés sur des axes parallèle et perpendiculaire au vecteur accélération.
- Mouvement circulaire :
  - Exprimer les composantes du vecteur position, du vecteur vitesse et du vecteur accélération en coordonnées polaires.
  - Identifier les liens entre les composantes du vecteur-accélération, la courbure de la trajectoire, la norme du vecteur-vitesse et sa variation temporelle.
- Situer qualitativement la direction du vecteur-accélération dans la concavité d'une trajectoire plane.

QCM d'entraînement :