Le premier exercice de la khôlle devra porter sur les révisions sur les équations différentielles de TSI1 (ie 1)), il sera **noté sur 6 points**. Les élèves devront le réaliser **sans aide** et en **10 minutes maximum**. Ne pas hésiter à les interrompre si le temps est dépassé et à mettre une note de 0/6 ou 1/6 si les théorèmes et/ou méthodes ne sont pas corrects. *(La décomposition en éléments simples des fractions rationnelles n'est pas au programme , donc en cas de besoin, il faut les orienter)*
Pour le reste de khôlle, merci de proposer un système différentiel et un exercice portant sur les notions de TSI2.

Équations Différentielles

1) Révision du programme de TSI1 sur les équations différentielles

   (a) Équations différentielles linéaires du premier ordre
   - ⋆ Résolution de $y' + a(t)y = b(t)$, où a et b sont des fonctions continues sur un intervalle I ;
   - ⋆ Structure de l'ensemble des solutions de l'équation homogène associée, de l'équation complète, principe de superposition.
   - ⋆ Lorsque a ne s'annule pas sur I existence et unicité de la solution sur I du problème de Cauchy.
   - ⋆ Étude des problèmes de raccordement des solutions. *(pour les plus rapides)*

   (b) Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants
   - ⋆ Équation caractéristique associée, structure de l'ensemble des solutions de l'équation homogène associée, principe de superposition,
   - ⋆ Solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme Ae^{wx} avec $(A, w) \in \mathbb{C}^2$
   - ⋆ Structure de l'ensemble des solutions de l'équation complète.
   - ⋆ Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

2) Équations différentielles linéaires scalaire d'ordre 2 :

   (a) Définition : (E) : $a(t)y'' + b(t)y' + c(t)y = d(t)$, où a, b, c, d sont continues sur l'intervalle I ;

   (b) Existence et unicité de la solution sur I du problème de Cauchy lorsque a ne s'annule pas sur I.

   (c) Structure de l'ensemble des solutions de l'équation homogène associée, principe de superposition, structure de l'ensemble des solutions de l'équation complète.

   (d) Méthode d'abaissement de l'ordre : Expression des solutions y de l'équation complète lorsque l'on connait une solution y_0 de l'équation homogène ne s'annulant pas sur I. *(seule méthode au programme, qui correspond à une méthode de variation de la constante , $y : x \mapsto z(x)y_0(x)$)*

   (e) Problème de raccordement des solutions

   (f) Solutions d'une équation différentielle développables en série entière

3) Systèmes Différentiels linéaires à coefficients constants
   (Le cas A trigonalisable dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ ou $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ doit être guidé)

   (a) Définition d'un système différentiel, définition d'une solution sur un intervalle I de l'équation différentielle $X' = AX$ où A est une matrice complexe de taille n à coefficients constants.

   (b) Théorème de Cauchy-Lipschitz(ADMIS) assurant l'existence et l'unicité de la solution sur un intervalle I du problème de Cauchy $\begin{cases} X'(t) = AX(t) \\ X(t_0) = X_0 \end{cases}$ ou $\begin{cases} X'(t) = AX(t) + B(t) \\ X(t_0) = X_0 \end{cases}$

   (c) Structure de l'ensemble des solutions du système homogène associé.

   (d) Résolution de $X' = AX$ par réduction de la matrice A.
   (Expression directe des solutions par théorème ou retour sur la justification par $D = P^{-1}AP$ et le système simplifié $Y' = DY$)
   Comportement asymptotique des solutions en fonction du signe de la partie réelle des valeurs propres dans le cas où A est diagonalisable

   (e) Résolution de $X'(t) = AX(t) + B(t)$ par réduction de la matrice A. *(Les élèves pourront être orientés dans leur démarche pour l'obtention d'une solution particulière)*

(Notion de Wronskien Hors-Programme)

