Équations Différentielles - Systèmes Différentiels

1) Révision du programme de TSI1 sur les équations différentielles

   (a) Équations différentielles linéaires du premier ordre
   - ⋆ Résolution de $y' + a(t)y = b(t)$, où a et b sont des fonctions continues sur un intervalle I ;
   - ⋆ Structure de l'ensemble des solutions de l'équation homogène associée, de l'équation complète, principe de superposition.
   - ⋆ Lorsque a ne s'annule pas sur I existence et unicité de la solution sur I du problème de Cauchy.
   - ⋆ Étude des problèmes de raccordement des solutions. *(pour les plus rapides)*

   (b) Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants
   - ⋆ Équation caractéristique associée, structure de l'ensemble des solutions de l'équation homogène associée, principe de superposition,
   - ⋆ Solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme Ae^{wx} avec $(A, w) \in \mathbb{C}^2$
   - ⋆ Structure de l'ensemble des solutions de l'équation complète.
   - ⋆ Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.

2) Équations différentielles linéaires d'ordre 2 :

   (a) Définition : (E) : $a(t)y'' + b(t)y' + c(t)y = d(t)$, où a, b, c, d sont continues sur l'intervalle I ;

   (b) Existence et unicité de la solution sur I du problème de Cauchy lorsque a ne s'annule pas sur I.

   (c) Structure de l'ensemble des solutions de l'équation homogène associée, principe de superposition, structure de l'ensemble des solutions de l'équation complète.

   (d) Méthode d'abaissement de l'ordre : Expression des solutions y de l'équation complète lorsque l'on connait une solution y_0 de l'équation homogène ne s'annulant pas sur I. *(seule méthode au programme, qui correspond à une méthode de variation de la constante , $y : x \mapsto z(x)y_0(x)$)*

   (e) Problème de raccordement des solutions

   (f) Solutions d'une équation différentielle développables en série entière

3) Systèmes Différentiels linéaires à coefficients constants
   (Le cas A trigonalisable dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ ou $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ doit être guidé)

   (a) Définition d'un système différentiel, définition d'une solution sur un intervalle I de l'équation différentielle $X' = AX$ où A est une matrice complexe de taille n à coefficients constants.

   (b) Théorème de Cauchy-Lipschitz(ADMIS) assurant l'existence et l'unicité de la solution sur un intervalle I du problème de Cauchy $\begin{cases} X'(t) = AX(t) \\ X(t_0) = X_0 \end{cases}$ ou $\begin{cases} X'(t) = AX(t) + B(t) \\ X(t_0) = X_0 \end{cases}$

   (c) Structure de l'ensemble des solutions du système homogène associé.

   (d) Résolution de $X' = AX$ par réduction de la matrice A.
   (Expression directe des solutions par théorème ou retour sur la justification par $D = P^{-1}AP$ et le système simplifié $Y' = DY$)
   Comportement asymptotique des solutions en fonction du signe de la partie réelle des valeurs propres dans le cas où A est diagonalisable

   (e) Résolution de $X'(t) = AX(t) + B(t)$ par réduction de la matrice A. *(Les élèves pourront être orientés dans leur démarche pour l'obtention d'une solution particulière)*

4) Équation différentielle scalaire d'ordre n et système de n équations d'ordre 1 :
   Introduction d'un système matriciel $X' = AX$, avec $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ constante, permettant de résoudre l'équation différentielle linéaire scalaire d'ordre n.

