

Pour cette première khôlle sur les fonctions à plusieurs variables, merci de proposer un exercice simple sur la continuité/classe $\mathcal{C}^1$ d'une fonction de 2 variables + dérivation d'une composée (ex : changement de variables en polaire, en affine, ou $t \mapsto f(u_1(t), \dots, u_p(t))$)

Puis un **second exercice de révision** portant sur les programmes de khôlle précédents.

Fonctions de plusieurs variables

On considère des fonctions définies sur une partie de $\mathbb{R}^n$ ($n \leq 3$), à valeurs dans $\mathbb{R}$. On ne soulèvera aucune difficulté liée aux ensembles de définition des fonctions considérées.

On travaillera exclusivement avec la norme euclidienne.

La topologie n'est pas un attendu direct du programme.

- 1) Introduction à la topologie de $\mathbb{R}^n$ ($n \leq 3$) : notions abordées, ne pas évaluer sur cette partie
 - (a) Norme euclidienne, distance euclidienne, inégalité triangulaire (Autres normes **Hors-Programme**)
 - (b) Définition d'une boule ouverte, d'une boule fermée, d'une sphère, d'une partie bornée de $\mathbb{R}^n$
 - (c) Parties ouvertes, parties fermées
Définition d'un voisinage d'un point, d'une partie ouverte, d'une partie fermée de $\mathbb{R}^n$;
Boules ouvertes, boules fermées, $\mathbb{R}^n$, $\emptyset$, intersection ou réunion d'ouverts (resp de fermés).
 - (d) Point intérieur, extérieur, point adhérent, frontière d'une partie de $\mathbb{R}^n$ (l'intérieur et l'adhérence d'un ensemble ne sont pas au programme et les caractérisations séquentielles sont **Hors-Programme**)
- 2) Applications de $D \subset \mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}$, limite, continuité
 - (a) Structure d'espace vectoriel de $\mathcal{F}(D, \mathbb{R})$, de $\mathcal{B}(D, \mathbb{R})$ (ensemble des fonctions bornées sur D).
 - (b) Limite en un point adhérent, continuité d'une application en un point
Définitions, Unicité de la limite, Opérations, Prolongement des inégalités, Théorème d'encadrement.
 - (c) Applications continues de $D \subset \mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}$:
Définition, Opérations algébriques sur les applications continues, Continuité d'une composée.
Prolongement par continuité. (L'étude de la continuité d'une fonction de plusieurs variables n'est pas un attendu du Programme, seuls des cas simples, classiques pourront être demandés)
Image d'une partie fermée bornée par une application continue. (Admis)
- 3) Applications de $D \subset \mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}$, Dérivées partielles (Notion d'application différentiable **Hors-Programme**)
 - (a) Dérivées partielles premières, Applications de classe $\mathcal{C}^1$ sur un ouvert U de $\mathbb{R}^n$
Dérivées partielles premières, Applications de classe $\mathcal{C}^1$ sur un ouvert U de $\mathbb{R}^n$,
Définitions du gradient, d'un point critique ; Notion de différentielle en un point **Hors-Programme**,
notation de différentielle $df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$ rapidement présentée, mais non exigible
Opérations Algébriques, Composée, Développement limité d'ordre 1 ;
Dérivée première de $t \mapsto f(x(t), y(t))$, de $t \mapsto f(x(t), y(t), z(t))$
Dérivées partielles d'ordre 1 de $(u, v) \mapsto f(x(u, v), y(u, v))$, de $(u, v) \mapsto f(x(u, v), y(u, v), z(u, v))$