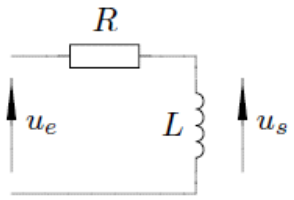
Travaux dirigés Signaux n°7 - Filtrage

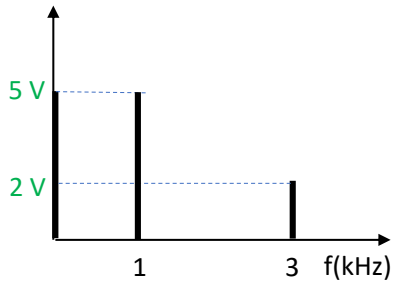
Exercice 1 : Nature d'un filtre



On considère le circuit ci-contre.

1. Déterminer sans calcul la nature du filtre ainsi constitué.
2. Déterminer sa fonction de transfert.
3. Montrer qu'elle s'écrit sous la forme : $\underline{H} = \frac{\frac{j\omega}{\omega_0}}{1+\frac{j\omega}{\omega_0}}$.

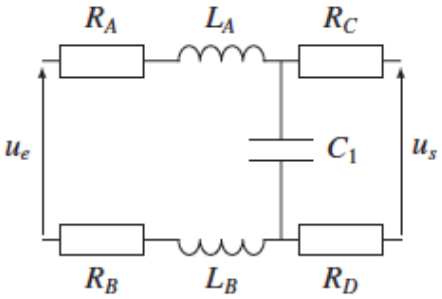
   On précisera l'expression et la signification physique de ω_0. Quel est l'ordre de ce filtre ?
4. Représenter les diagrammes de Bode asymptotiques en gain et phase de ce filtre.
5. On considère un signal d'entrée dont le spectre est représenté ci-contre. On souhaite obtenir en sortie un signal sinusoïdal pur. Quelle fréquence de coupure doit-on choisir ? Quelles seront la fréquence et l'amplitude du signal de sortie ?



Exercice 2 : Filtre ADSL

Dans les habitations équipées de l'internet par ADSL, il faut équiper les prises téléphoniques d'un filtre ADSL pour pouvoir simultanément téléphoner et rester connecté à internet.

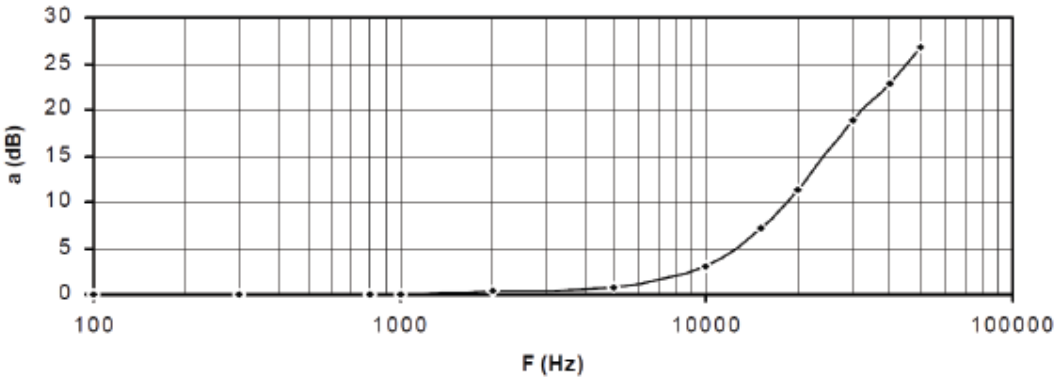
Le schéma simplifié d'un filtre « gigogne » est représenté ci-contre.



Données : $R_A = R_B = 23\ \Omega$, $R_C = R_D = 22\ \Omega$, $L_A = L_B = 10{,}3$ mH et $C_1 = 22$ nF.

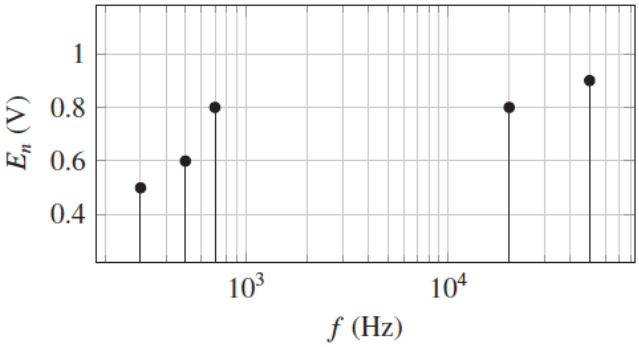
1. Par une étude basse et haute fréquences du schéma simplifié, déterminer le comportement de ce filtre à vide et en déduire le type du filtre.
   Ce comportement est-il modifié si le filtre est en charge sur une résistance de 600 Ω, qui est la résistance d'un téléphone ?

Le diagramme de Bode de filtre représentant l'affaiblissement d'insertion mesuré, soit l'opposé du gain, entre un générateur d'impédance de 600 ohms et une résistance de charge de 600 ohms est représenté ci-dessous :



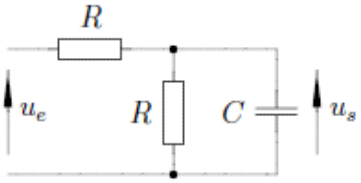
2. Est-il en accord avec la nature du filtre ?
3. Déterminer graphiquement la fréquence de coupe à 3dB ainsi que l'ordre de ce filtre.

Le signal d'entrée est composé de fréquences correspondant à des sons audibles auxquelles sont superposées des fréquences élevées correspondant au signal ADSL, comme représenté de manière simplifiée ci-dessous. Le téléphone (résistance de 600Ω) branché en sortie de ce filtre ne doit récupérer que le signal correspondant aux sons audibles.



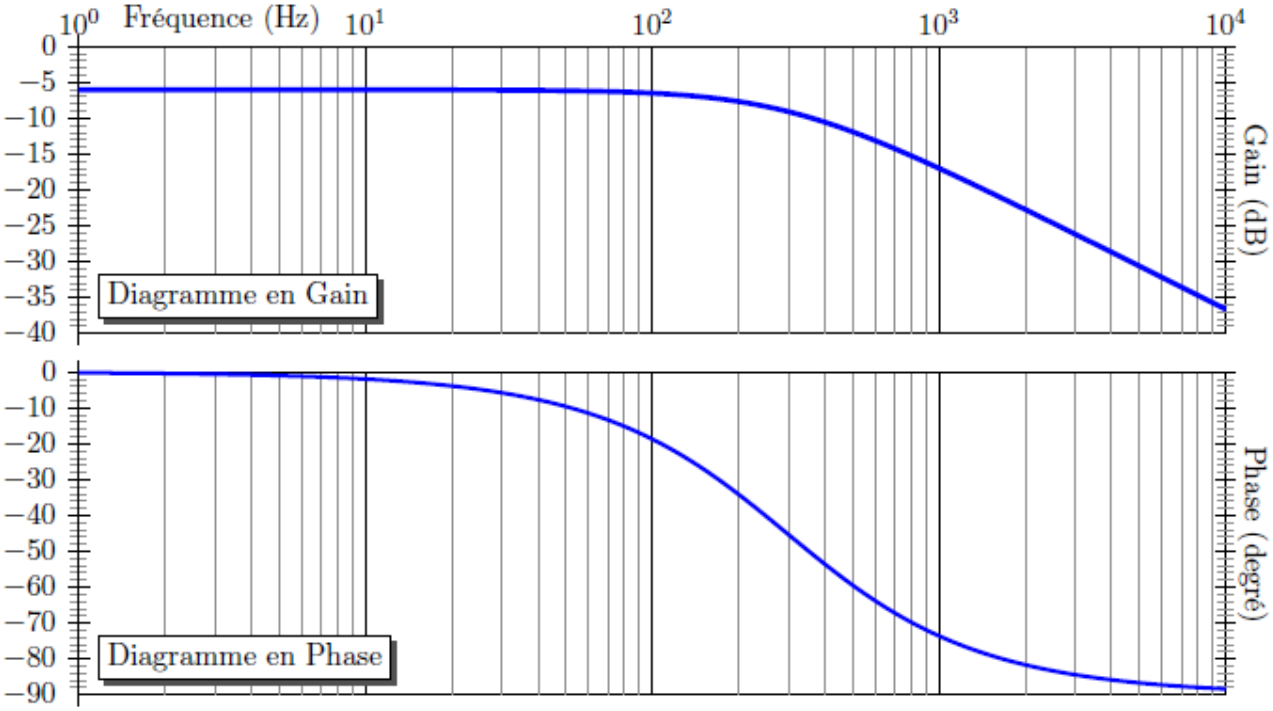
4. Que peut-on dire du choix de la fréquence de coupure de ce filtre ? Justifier.
5. Donner l'allure de la représentation spectrale du signal obtenu en sortie du filtre ADSL. On ne s'attachera pas ici à faire le calcul des amplitudes de chaque harmonique.
6. On cherche à recréer ce type de filtre uniquement avec une résistance R et un condensateur de capacité $C = 1$ nF. Proposer un montage correspondant en précisant les tensions en entrée et en sortie.
   On le justifiera par une étude basse et haute fréquence.
   Proposer une valeur numérique vraisemblable pour la résistance, compte tenu de la valeur du condensateur.
7. En quoi le filtre gigogne est-il meilleur que le simple filtre RC ?

Exercice 3 : Circuit RC

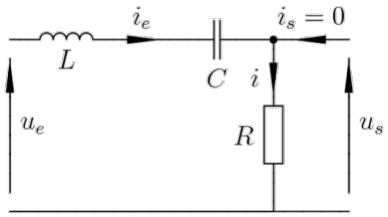


On étudie le filtre schématisé ci-contre.

1. En représentant le circuit équivalent en basses fréquences et en hautes fréquences, déterminer la nature du filtre.
2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(x)$ de ce filtre en fonction de $x = RC\omega$.
3. Déterminer l'expression de la pulsation de coupure ω_C en fonction de RC.
4. On a tracé ci-dessous les diagrammes de Bode de ce filtre. Justifier les parties rectilignes du diagramme de Bode en gain. Déterminer un ordre de grandeur du produit RC.



Exercice 4 : Caractéristiques d'un filtre



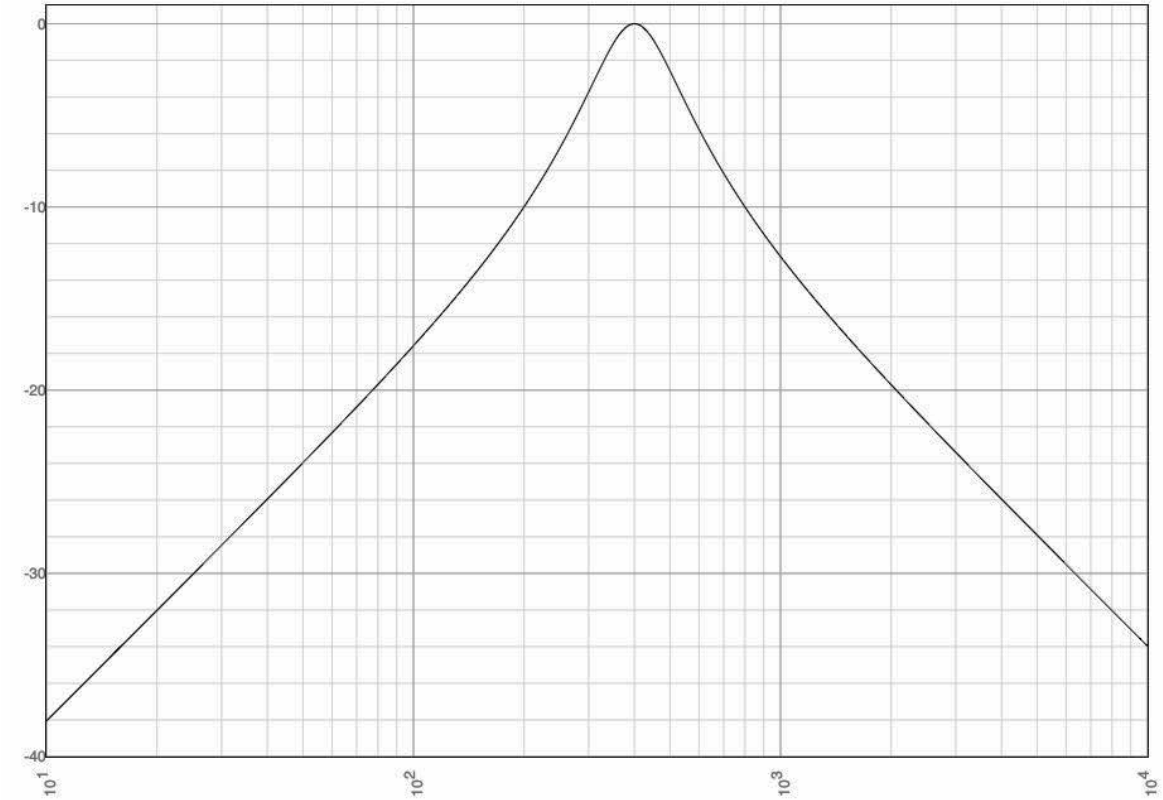
On considère le filtre ci-contre, utilisé en sortie ouverte.

1. Déterminer sans calcul la nature du filtre.
2. Déterminer sa fonction de transfert et la mettre sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{\frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_0}}$$

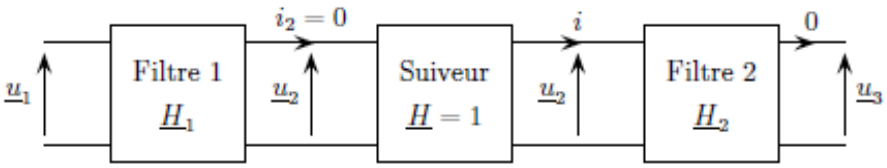
   Préciser l'expression de ω_0 et Q en fonction de R, L et C.

3. Le diagramme de Bode de ce filtre est représenté ci-dessous. Justifier l'allure des parties rectilignes. Déterminer graphiquement la fréquence propre f_0 ainsi que les fréquences de coupure.
4. Rappeler la relation liant la largeur de la bande passante à la fréquence propre et au facteur de qualité Q. En déduire la valeur Q.
5. L'inductance de la bobine est $L = 0{,}1$ H. A l'aide des résultats précédents, déterminer la valeur numérique de R et C.
6. On injecte un signal d'entrée : $u(t) = E(\cos(0{,}1.\omega_0 t) + \cos(\omega_0 t) + \cos(10.\omega_0 t))$ où $E = 5$ V et $\omega_0 = 2\pi f_0$.
   a. Représenter l'allure du spectre de ce signal.
   b. Déterminer l'amplitude des différentes harmoniques du signal de sortie.
   c. En déduire le spectre du signal de sortie



Gain en dB en fonction de la fréquence en Hz

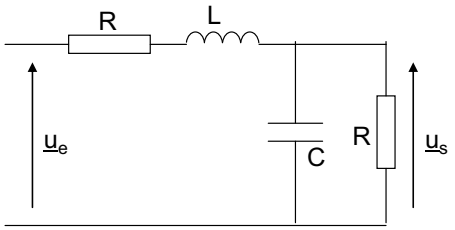
Exercice 5 : Filtres en cascade.



On considère l'association ci-dessus de deux filtres tels que : $\underline{H_1} = \underline{H_2} = \frac{1}{1+\frac{j\omega}{\omega_0}}$.

1. Quelle est la nature du filtre 1 ? Quel est son ordre ?
2. Donner un montage électrique simple permettant de réaliser ce filtre.
3. Quel est l'intérêt du montage suiveur ?
4. Donner l'expression de la fonction de transfert globale : $\underline{H} = \frac{\underline{u_3}}{\underline{u_1}}$.
5. Le signal d'entrée du montage est : $u_1(t) = U + 2u_{em}\cos(3\omega_0 t)\cos(\omega_0 t)$ où $U = 5$ V et $u_{em} = 3$ V.
   a. Ecrire $u_1(t)$ sous la forme d'une somme de cosinus et représenter le spectre du signal d'entrée.
   b. Déterminer l'amplitude des différentes harmoniques du signal de sortie.
   c. En déduire le spectre du signal de sortie

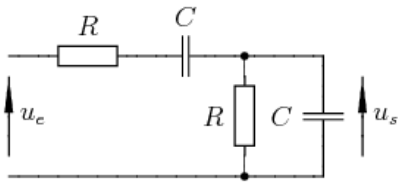
Exercice 6 : Filtre d'ordre 2



On étudie le filtre schématisé ci-contre dans lequel $\frac{L}{2R} = RC = \frac{1}{\omega_0}$

1. Déterminer sans calcul la nature du filtre ?
2. Déterminer la fonction de transfert du montage.
3. Tracer le diagramme de Bode en gain du filtre

Exercice 7 : Filtre de WIEN.



1. Quelle est la nature du filtre de Wien représenté ci-contre ?
2. Etablir sa fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ et la mettre sous la forme :
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{K}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$
avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ où K, ω_0 et Q sont des constantes positives que l'on explicitera et dont on donnera la signification physique.
3. Calculer la valeur maximale du gain en dB de ce filtre et la phase correspondante.
4. Tracer l'allure du diagramme de Bode en gain de ce filtre.

Capacités exigibles :

- Identifier, sur le spectre d'un signal périodique : la composante continue, le fondamental, les harmoniques.
- Définir la valeur moyenne et la valeur efficace.
- Prévoir (sans calcul) le comportement d'un filtre en utilisant des circuits équivalents à haute et basse fréquence
- Utiliser une fonction de transfert donnée d'ordre 1 ou 2 (ou ses représentations graphiques) pour étudier la réponse d'un système linéaire à une excitation sinusoïdale, à une somme finie d'excitations sinusoïdales, à un signal périodique.
- Interpréter les zones rectilignes des diagrammes de Bode fournis d'après l'expression de la fonction de transfert.
- Tracer le diagramme de Bode (amplitude et phase) associé à une fonction de transfert d'ordre 1.
- Expliquer l'intérêt, pour garantir leur fonctionnement lors de mises en cascade, de réaliser des filtres de tension de faible impédance de sortie et forte impédance d'entrée.
- Expliquer la nature du filtrage d'un dispositif mécanique.

QCM d'entraînement :