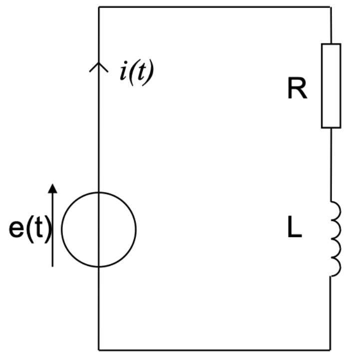
Travaux dirigés Signaux n°6

Notations complexes et impédances

Exercice 1 : Notation complexe

On considère les deux circuits ci-dessous alimentés par un générateur de tension de f.e.m $e(t)$ sinusoïdale de fréquence $f = 50$ Hz avec $R = 500\ \Omega$, $L = 0{,}1$ H et $C = 1\ \mu$F.

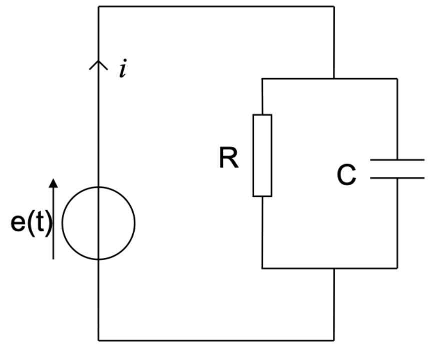
L'amplitude du courant traversant les circuits est $I_m = 0{,}03$ A. On considère l'intensité comme origine des phases, c'est-à-dire $i(t) = I_m \cos(\omega t)$.



<u>*Etude du Montage a*</u>

1. Déterminer $\underline{Z}_{eq1}$, l'impédance équivalente du montage.
2. En déduire l'expression de l'amplitude complexe de la tension $\underline{E}_m$ en fonction de R, L, ω et $\underline{I}_m$.
3. Déterminer l'expression littérale puis numérique de l'amplitude réelle et du déphasage de la tension $e(t)$.
4. $e(t)$ est-elle en avance ou en retard sur $i(t)$?

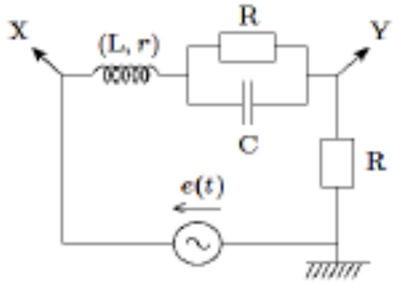
<u>*Etude du Montage b*</u>



5. Déterminer $\underline{Z}_{eq2}$, l'impédance équivalente du montage.
6. En déduire l'expression de l'amplitude complexe de la tension $\underline{E}_m$ en fonction de R, C, ω et $\underline{I}_m$.
7. Déterminer l'expression littérale puis numérique de l'amplitude réelle et du déphasage de la tension $e(t)$.
8. $e(t)$ est-elle en avance ou en retard sur $i(t)$?

Exercice 2 : Détermination d'une inductance.

On réalise le montage ci-contre. On observe la tension $e(t)$ sur la voie X d'un oscilloscope, et la tension $u_R(t)$ sur la voie Y. (L,r) représente une bobine réelle d'inductance L et de résistance interne r.



1. Déterminer l'impédance équivalente du montage ci-contre.

On constate que pour une fréquence $f_0 = 180$ Hz, les signaux sont en phase.

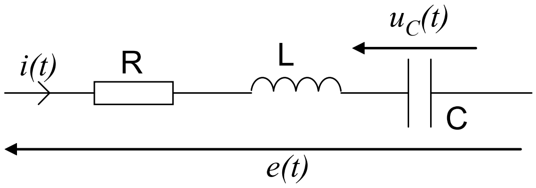
2. Que peut-on dire de l'impédance équivalente du montage à cette fréquence ?
3. En déduire l'expression puis la valeur de l'inductance L de la bobine en fonction des données.

Données : $R = 100\ \Omega$; $C = 10\ \mu$F.

Oscillateurs en régime forcé - Résonances

Exercice 3 : Détermination des paramètres d'un circuit RLC série.

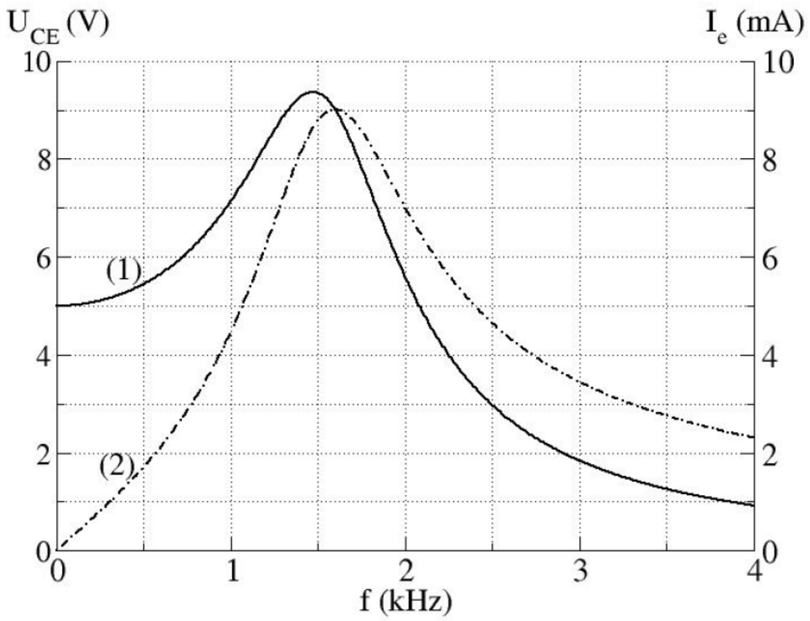
Un circuit RLC série est alimenté par une tension sinusoïdale $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$ *de pulsation* ω *variable.*



Il est parcouru par un courant $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$*.On note j le nombre complexe tel que* $j^2 = -1$.

1. Représenter le circuit équivalent au montage ci-dessus à haute et basse fréquence. En déduire qualitativement les valeurs de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur et de l'intensité du courant $i(t)$ à haute et basse fréquences.
2. Exprimer l'impédance complexe $\underline{Z}_{eq}$ de ce dipôle en fonction de R, L, C, j et ω.
3. En déduire l'expression de l'amplitude complexe $\underline{I}_m$ circulant dans le montage en fonction de E_0, R, L, C, j et ω puis celle de l'amplitude réelle I_m.
4. Pour quelle valeur ω_0 de ω , I_m est-elle maximale ? Donner l'expression de $I_{m,max}$.

La figure ci-dessous représente les graphes de $I_m(f)$ et $U_{Cm}(f)$ (amplitudes de $i(t)$ et $u_C(t)$ en fonction de la fréquence f du générateur). L'échelle de gauche est celle de U_{Cm}, celle de droite est celle de $I_m(f)$.

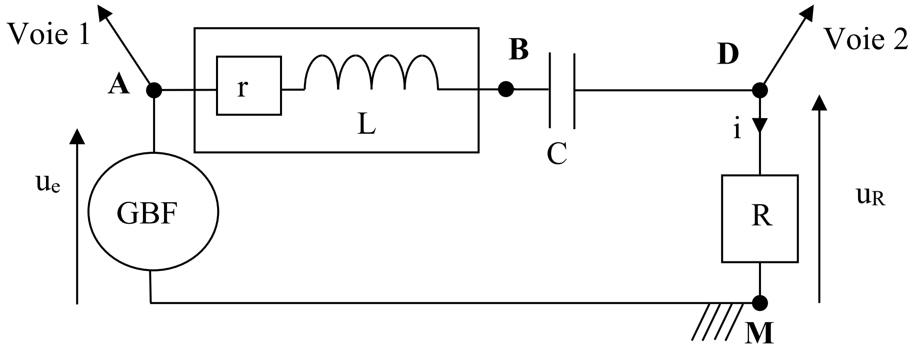


5. Identifier, en justifiant votre choix, les courbes $I_m(f)$ et $U_{Cm}(f)$ parmi les courbes (1) et (2).
6. Déterminer à partir de ces courbes : l'amplitude de la tension du générateur E_0, la fréquence propre f_0 et l'intensité maximale I_{max}.
7. En déduire la valeur numérique de la résistance R.
8. Les courbes précédentes ont été obtenues pour une valeur $C = 0{,}1$ µF. Déterminer numériquement la valeur de L.
9. Déterminer graphiquement la largeur de la bande passante en intensité. En déduire la valeur numérique du facteur de qualité Q.

Exercice 4 : Caractéristiques d'une bobine réelle.

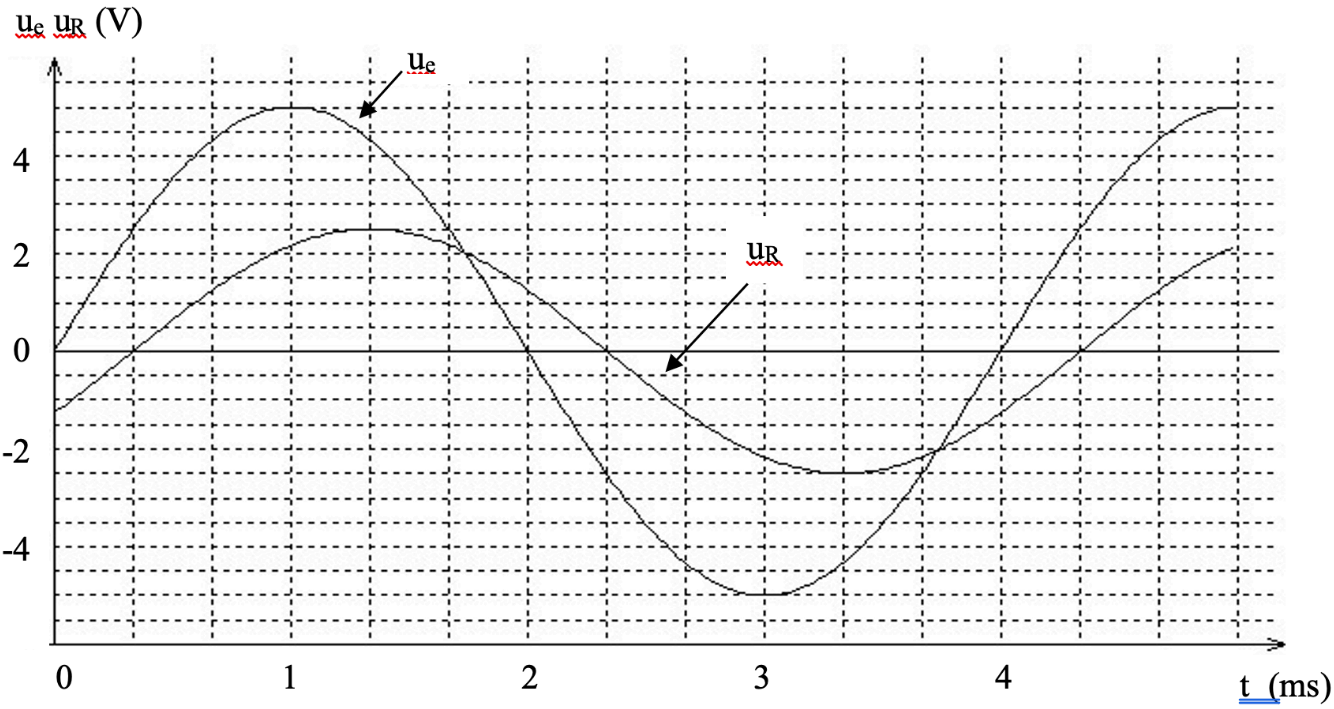
On étudie une bobine réelle d'inductance L et de résistance interne r.

On la place en série avec un résistor de résistance $\boldsymbol{R = 40\ \Omega}$ et un condensateur de capacité $\boldsymbol{C = 10\ \mu F}$. (Voir ci-dessous) On alimente le circuit avec un générateur de tension sinusoïdale $u_e(t) = E_m \cos(\omega t)$.



On observe les tensions $u_e(t)$ et $u_R(t)$ à l'aide d'un oscilloscope.

On obtient un oscillogramme équivalent au graphe suivant



1. Déterminer graphiquement l'amplitude E_m de la tension $u_e(t)$, l'amplitude U_R de la tension $u_R(t)$ ainsi que la fréquence f. En déduire la valeur numérique de l'amplitude I_m du courant $i(t)$.
2. Quelle relation lie E_m, $\underline{I}_m$ et $\underline{Z}_{AM}$? En déduire la valeur de $Z_{AM} = |\underline{Z}_{AM}|$.
3. D'après l'oscillogramme ; des deux tensions $u_R(t)$ et $u_e(t)$, laquelle est en avance sur l'autre ?
4. Déterminer précisément, à partir de l'oscillogramme, le déphasage φ_{u-i} entre $u_e(t)$ et $i(t)$.
5. Montrer que : $r + R = Z_{AM} \cos(\varphi_{u-i})$. Calculer la valeur numérique de r.
6. Calculer la valeur numérique de L.

Exercice 5 : Circuit RLC parallèle en RSF.

On considère un circuit RLC parallèle en régime alternatif sinusoïdal.

1. Représenter le circuit et exprimer l'admittance complexe équivalente $\underline{Y}$ de ce circuit.
2. Mettre $\underline{Y}$ sous la forme réduite en l'exprimant uniquement en fonction de R, Q (facteur de qualité) et u (pulsation réduite) avec : $Q = RC\omega_0 = \frac{R}{L\omega_0} = R\sqrt{\frac{C}{L}}$ et $u = \frac{\omega}{\omega_0} = \omega\sqrt{LC}$

3. En déduire l'impédance complexe $\underline{Z}$ en fonction des mêmes variables réduites. Etudier les variations du module de $\underline{Z}$ en fonction de la fréquence. On montrera la présence d'un maximum que l'on précisera.
4. Trouver les deux valeurs u_1 et u_2 pour lesquelles $|\underline{Z}| = \frac{R}{\sqrt{2}}$. Montrer que $|u_2 - u_1| = \frac{1}{Q}$.
5. A la fréquence de résonance, quelle est l'impédance simple équivalente du circuit ? Comment se comporte le circuit ? Que se passe-t-il loin de la fréquence de résonance ?

Exercice 6 : Modélisation d'un haut parleur.*

On modélise la partie mécanique (membrane) d'un haut-parleur à l'aide d'une masse m, se déplaçant horizontalement sans frottement le long de l'axe (Ox).

Cette masse m, assimilée à un point matériel $M(m)$ est reliée à un ressort de longueur à vide l_0 et de raideur k et à un amortisseur créant une force de frottement fluide :

$$\vec{f} = -\alpha\,\vec{v}$$

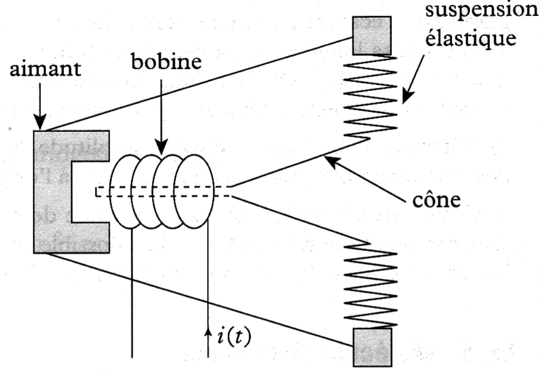
Elle est de plus soumise à une force $\vec{F}(t)$, imposée par le courant $i(t)$ entrant dans le haut-parleur ; on a :

$$\vec{F}(t) = Ki(t)\overrightarrow{e_x} \text{ avec K une constante.}$$

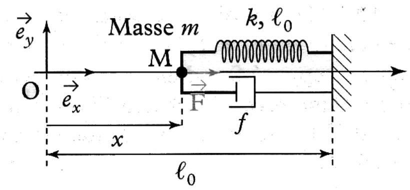
On suppose que le courant i(t) est sinusoïdal :

$$i(t) = I_m \cos(\omega t)$$

Haut-parleur



Modèle mécanique



Données :

$$m = 10\text{ g} ;\ k = 15000\text{ N.m}^{-1} ;\ K = 200\text{ N.A}^{-1} ;\ I_m = 1\text{ A.}$$

1. Ecrire l'équation différentielle vérifiée par la position de la masse m à l'aide du PFD.
2. La mettre sous la forme canonique.
3. Déterminer l'amplitude X_m des oscillations de la membrane pour une pulsation ω.
4. On veut $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Justifier. Calculer la valeur du coefficient α.
5. Tracer l'allure de la courbe donnant X_m en fonction de ω.

<u>Capacités exigibles :</u>

- Utiliser la méthode des complexes pour étudier le régime forcé :
  - Connaître les liens entre amplitude complexe, amplitude réelle et phase.
- Etablir et citer l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine.
- Remplacer une association série ou parallèle de deux impédances par une impédance équivalente.
- Etudier les résonances :
  - Connaître l'allure des courbes représentant l'amplitude du courant et l'amplitude de la tension aux bornes de C en fonction de ω.
  - Relier l'acuité de la résonance au facteur de qualité.
  - Connaître les conditions de résonance pour U_{Cm}.
  - Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase.

<u>QCM d'entraînement :</u>