

Réducteur mixte (train à axes fixes + train épicycloïdal) (Sujet D)

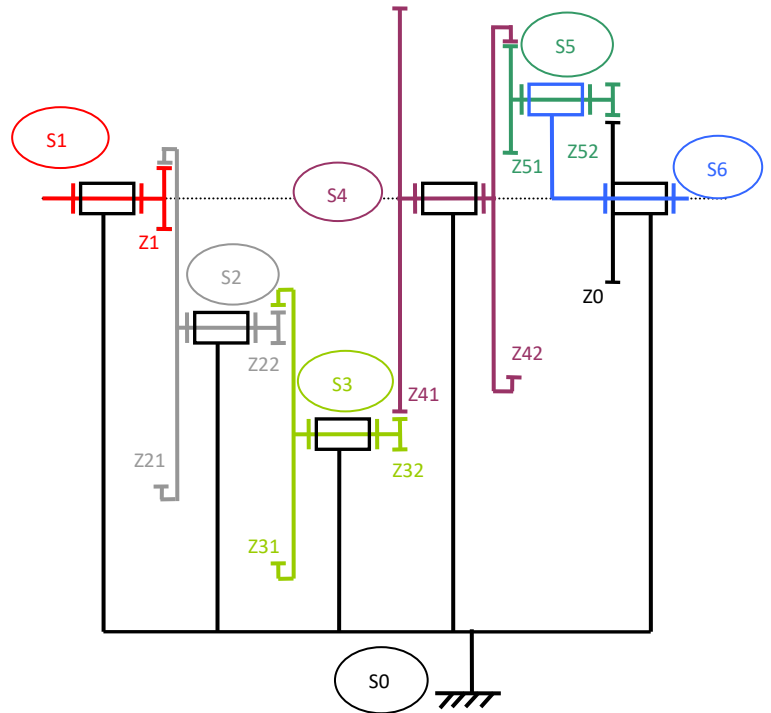
Présentation du système :

Le schéma cinématique ci-contre, représente la structure d'un réducteur à 5 trains d'engrenages.

Le solide d'entrée est S1 et le solide de sortie est S6.

Les nombres de dents des différentes roues sont les suivants :

$Z_1 = 21$	$Z_{21} = 96$	$Z_{22} = 15$
$Z_{31} = 87$	$Z_{32} = 15$	$Z_{41} = 125$
$Z_{42} = 96$	$Z_{51} = 45$	$Z_{52} = 15$
$Z_0 = 51$		



Travail demandé :

1. Lister les roues dentées ayant un axe de rotation fixe. Identifier le train épicycloïdal en identifiant le(s) satellite(s) et le porte-satellites
2. Déterminer, en fonction des nombres de dents des roues dentées, le rapport de transmission suivant :

$$K_{41} = \frac{\omega_4}{\omega_1}$$

3. Déterminer, en fonction des nombres de dents des roues dentées, le rapport de transmission suivant :

$$K_{64} = \frac{\omega_6}{\omega_4}$$

4. En déduire la valeur numérique du rapport de transmission global de ce réducteur :

$$K_{61} = \frac{\omega_6}{\omega_1}$$

Corrigé

Présentation du système :

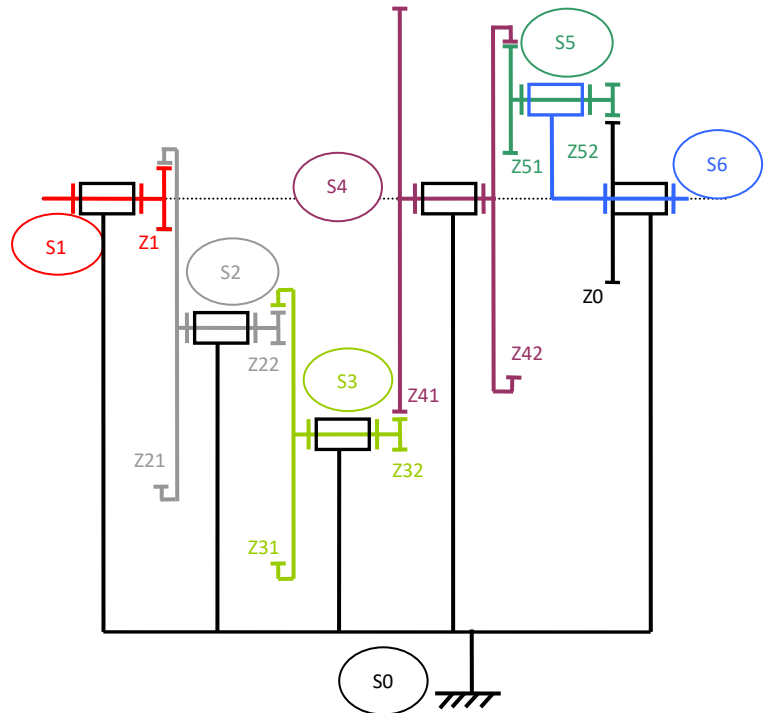
Le schéma cinématique ci-contre, représente la structure d'un réducteur à 5 trains d'engrenages. Le solide d'entrée est S1 et le solide de sortie est S6.

Les nombres de dents des différentes roues sont les suivants :

$Z1 = 21$	$Z21 = 96$	$Z22 = 15$
$Z31 = 87$	$Z32 = 15$	$Z41 = 125$
$Z42 = 96$	$Z51 = 45$	$Z52 = 15$
$Z0 = 51$		

Travail demandé :

1. Lister les roues dentées ayant un axe de rotation fixe. Identifier le train épicycloïdal en identifiant le(s) satellite(s) et le porte-satellites



Les roues ayant un axe de rotation fixe sont :

$Z1, Z21, Z22, Z31, Z32, Z41, Z42$ et $Z0$

En revanche, les roues $Z51$ et $Z52$ ont un axe de rotation en mouvement / $S0$.

- $S5$: satellite (satellite double)
- $S6$: porte-satellites

2. Déterminer, en fonction des nombres de dents des roues dentées, le rapport de transmission suivant : $K41 = \frac{\omega_4}{\omega_1}$
Entre les solides $S1$ et $S4$, la transmission du mouvement se fait uniquement avec des roues dentées à axes fixes / $S0$.

→ On peut donc appliquer la formule de Willis par rapport au carter $S0$:

$$K41 = \frac{\omega_4}{\omega_1} = (-1)^1 \frac{Z1 \times Z22 \times Z32}{Z21 \times Z31 \times Z41}$$

Attention !!
Compétence minimum requise

3. Déterminer, en fonction des nombres de dents des roues dentées, le rapport de transmission suivant : $K64 = \frac{\omega_6}{\omega_4}$
Entre les solides $S4$ et $S6$, la transmission du mouvement se fait par un train épicycloïdal.

→ Il faut donc appliquer la formule de Willis par rapport au porte-satellites $S6$:

$$\frac{\omega_{4/6}}{\omega_{0/6}} = (-1)^1 \frac{Z0 \times Z51}{Z52 \times Z42}$$

Les deux solides en contact avec le satellite : $S4$ et $S0$

Porte-satellites $S6$.

Tout se passe comme si le carter $S0$ devenait mobile et le solide $S6$ devenait fixe.

On peut écrire cette formule de Willis en "plaçant" les solides S0 et S4 différemment mais l'égalité sera la même car il y aura inversion entre les solides d'entrée et de sortie en même temps qu'il y aura inversion des roues menantes et des roues menées :

$$\frac{\omega_{0/6}}{\omega_{4/6}} = (-1)^1 \frac{Z_{42} \times Z_{52}}{Z_{51} \times Z_0}$$

Dans l'étape suivante on décompose les rotations pour redevenir observateur lié au carter S0 :

$$\begin{cases} \omega_{0/6} = -\omega_{6/0} = -\omega_6 \\ \omega_{4/6} = \omega_{4/0} - \omega_{6/0} = \omega_4 - \omega_6 \end{cases}$$

En substituant, on obtient :

$$\frac{-\omega_6}{\omega_4 - \omega_6} = - \frac{Z_{42} \times Z_{52}}{Z_{51} \times Z_0}$$

En effectuant, un produit en croix :

$$\omega_6 \cdot (Z_{51} \times Z_0) = \omega_4 \cdot (Z_{42} \times Z_{52}) - \omega_6 \cdot (Z_{42} \times Z_{52})$$

En factorisant :

$$\omega_6 \cdot (Z_{42} \times Z_{52} + Z_{51} \times Z_0) = \omega_4 \cdot (Z_{42} \times Z_{52})$$

On obtient finalement :

$$\frac{\omega_6}{\omega_4} = \frac{(Z_{42} \times Z_{52})}{(Z_{42} \times Z_{52} + Z_{51} \times Z_0)}$$

4. En déduire la valeur numérique du rapport de transmission global de ce réducteur : $K_{61} = \frac{\omega_6}{\omega_1}$

$$\frac{\omega_6}{\omega_1} = \frac{\omega_6}{\omega_4} \times \frac{\omega_4}{\omega_1} = \frac{(Z_{42} \times Z_{52})}{(Z_{42} \times Z_{52} + Z_{51} \times Z_0)} \times \frac{-Z_1 \times Z_{22} \times Z_{32}}{Z_{21} \times Z_{31} \times Z_{41}}$$

$$\frac{\omega_6}{\omega_1} = \frac{(96 \times 15)}{(96 \times 15 + 45 \times 51)} \times \frac{-21 \times 15 \times 15}{96 \times 87 \times 125}$$

$$\frac{\omega_6}{\omega_1} = \frac{390}{3735} \times \frac{4725}{1044000} = -0,385 \times 0,00453 = -1,74 \cdot 10^{-3} \approx -\frac{1}{574}$$

Cet adaptateur change le sens de rotation et divise par 574 la vitesse.